

# Vergleich automatischer Tuningmethoden für MPC Anwendungen ohne stationäre Abweichungen

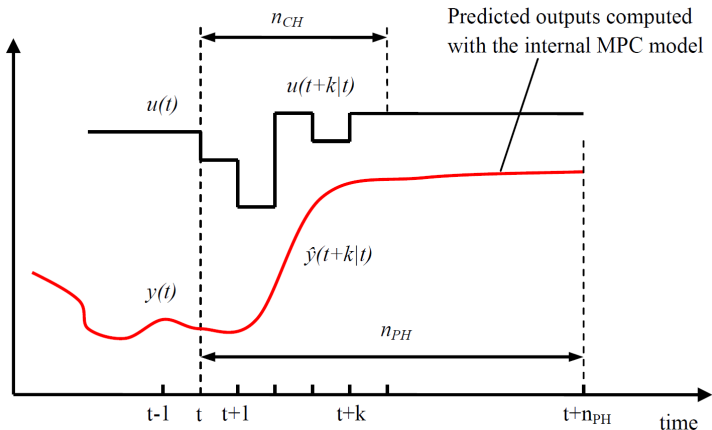
Lukas Oberguggenberger

22. März 2014



## Überblick

1. MPC – Model Predictive Control
2. Tuning
3. Methode 1 (JKU)
4. Methode 2 (DTU)
5. Vergleich
6. Kombinierte Tuningmethode

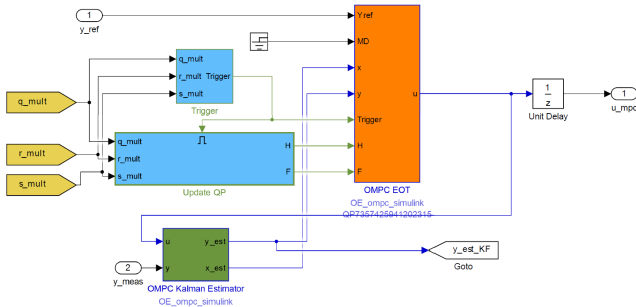


$$J = \frac{1}{2} \left( E^T \tilde{Q} E + \Delta U^T \tilde{R} \Delta U + U^T \tilde{S} U \right)$$



## Grundlagen des MPCs

- Funktionsweise eines MPCs
- Aufbau mit OMPC Toolbox
- Erste Tests mit händischem Einstellen des MPCs



Mit OMPC Toolbox aufgebauter MPC Regler





## Testsystem bei der Implementierung in *MATLAB*

- MIMO-System dritter Ordnung:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -2,4 & -1,025 & -0,6 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Eigenwerte:

$$\lambda_1 = -0.9, \quad \lambda_{2,3} = -0.75 \pm 0.3708i$$

- $\Rightarrow$  stabil, schwingfähig, vollständig beobachtbar und erreichbar



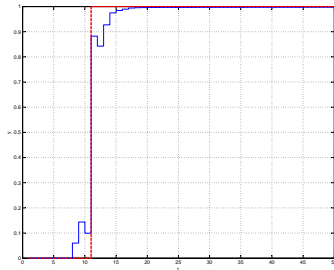
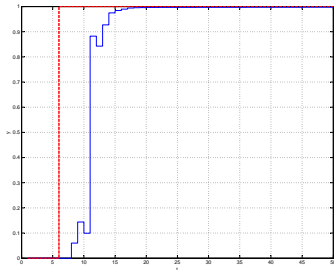
## Literatursuche

- JKU: Tuning unter Berücksichtigung numerischer Aspekte
- DTU: Tuning mit Hilfe von Sensitivitätsfunktionen
- $\Rightarrow$  Repräsentation des geschlossenen Kreises als LTI-System
  - Unbeschränkter MPC
  - Offsetkompensation mit Integratoren
  - Berücksichtigung des Lookaheads  $\Rightarrow$  akausales System

$$\min_u \frac{1}{2} U^T H U + U^T F$$
$$\Rightarrow U_{\text{opt}} = -H^{-1} \cdot F = \underbrace{-H^{-1} F^*}_{K_{\text{MPC}}} \cdot \theta$$

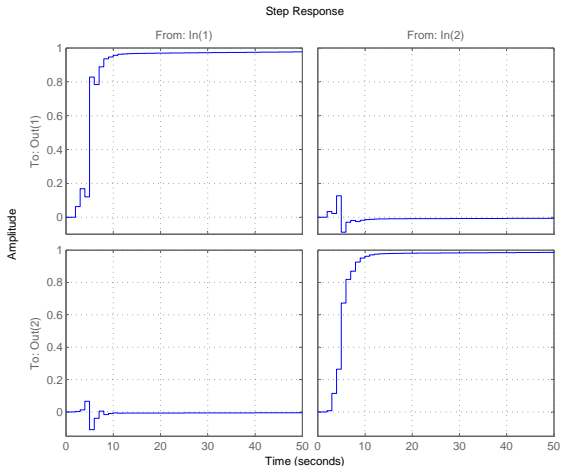


Realisierung des akausalen Systems mittels eines Verzögerungsgliedes:



$$x_{Z,k+1} = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} x_{Z,k} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{pmatrix} y_{\text{ref},k+n_{\text{LAH}}}$$





## Sprungantworten des LTI Systems



- Kostenfunktion des MPCs

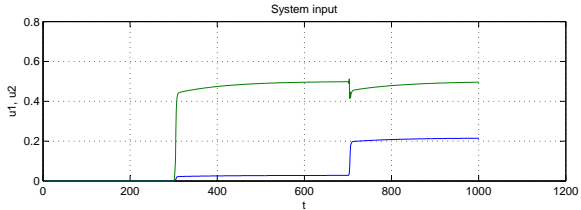
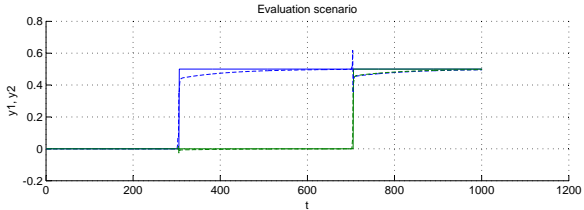
$$J = \frac{1}{2} \left( E^T \tilde{Q} E + \Delta U^T \tilde{R} \Delta U + U^T \tilde{S} U \right)$$

- Evaluierungsszenario zum Beurteilen der Performance mit Hilfe des LTI Systems

$$A_{CL}(\tilde{Q}, \tilde{R}, \tilde{S}), \quad B_{CL}(\tilde{Q}, \tilde{R}, \tilde{S}), \quad C_{CL}(\tilde{Q}, \tilde{R}, \tilde{S})$$

- Skalierungsfaktoren

$$\min_{Q,R,S} J = \min_{Q,R,S} (J_e + \lambda_u J_u + \lambda_{\Delta u} J_{\Delta u})$$



## Beurteilung des Verhaltens mit Hilfe eines Evaluierungsszenarios





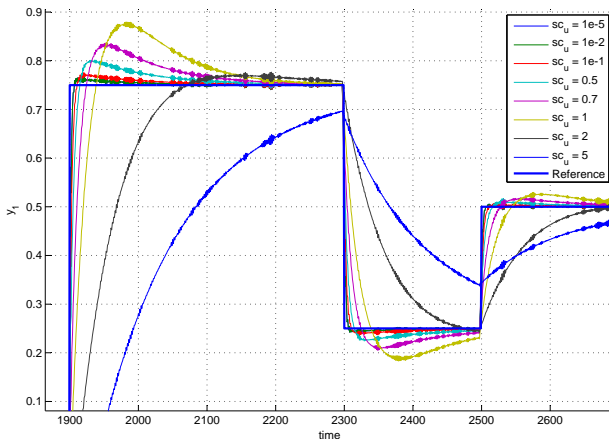
- Nichtlineare Nebenbedingung: Konditionszahl der Hessematrix

$$\kappa(H) = \|H\|_2 \|H^{-1}\|_2$$

- Lösung des Optimierungsproblems mit Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} \min_{Q,R,S} J \quad & \text{s.t.} \quad Q, R, S < Q_{\max} \\ & Q, R, S > 0 \\ & \kappa(H) < \kappa_{\max} \end{aligned}$$

- Implementierung in *MATLAB* unter Verwendung von `fmincon`



## Verschiedene Tuningergebnisse





- Erweitertes ARX-Modell zur Synthese eines offsetfreien MPCs:

$$A(q^{-1})y_k = B(q^{-1})u_k + \frac{1 - \alpha q^{-1}}{1 - q^{-1}} e_k$$

- Zu minimierende Kostenfunktion mit dem Tuning-Parameter  $\lambda$ :

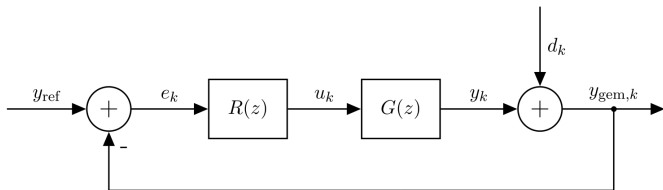
$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{N-1} \|\hat{y}_{k+j+1|k} - r_{k+j+1|k}\|_2^2 + \lambda \|\Delta \hat{u}_{k+j|k}\|_2^2$$

- Beurteilung der Performance über Sprungantworten des LTI Systems des geschlossenen Kreises mittels IAE (Integral Absolute Error):

$$J = \sum_{k=0}^{n_f} |y_{i,k} - y_{\text{ref } i,k}|$$



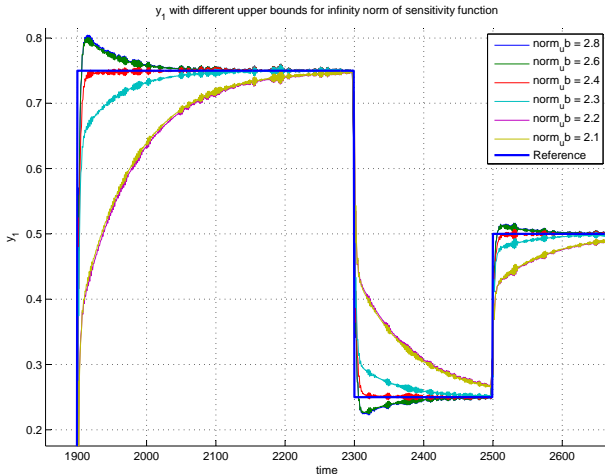
- Sensitivität:



Standardregelkreis

- Robustheit der Sensitivitätsfunktion als Nebenbedingung bei Minimierung des IAE (Integral Absolute Error):

$$\min_{\alpha, \lambda} J = J(\alpha, \lambda) \quad \text{s.t.} \quad \begin{aligned} M_S(\alpha, \lambda) &= \|S(z, \alpha, \lambda)\|_{\infty} \leq M_{S, \max} \\ 0 &\leq \alpha \leq 1 \\ \lambda_{\min} &\leq \lambda \leq \lambda_{\max} \end{aligned}$$



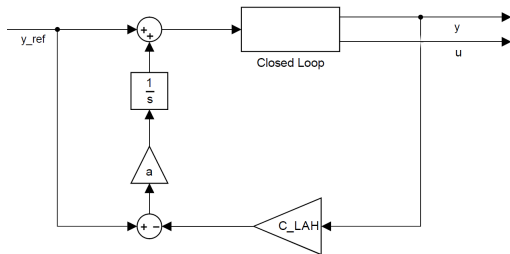
## Verschiedene Tuningergebnisse





## Vergleichbarkeit

- Unterschiedliche Ansätze
  - JKU: Systemmatrizen bekannt
  - DTU: Identifikation zur Systemanalyse
- Offsetkompensation
  - JKU: Adaptierter Kalman-Filter
  - DTU: Bei der Identifikation





## Verschiedene Simulationsstudien

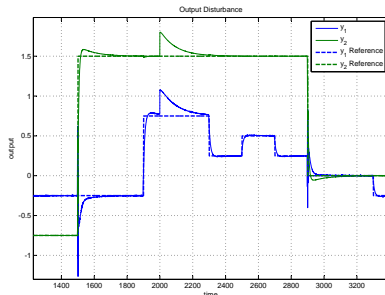
- Unterschiedliche Systemklassen

System 1:  $2 \times 2$  MIMO,  $A_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

System 2:  $2 \times 2$  MIMO,  $A_2 \in \mathbb{R}^{100 \times 100}$

System 3: SISO,  $A_3 \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$

- MPC Setup
- Verschiedene Fehler





## Gegenüberstellung der Methoden

### ■ Benötigte Benutzereingriffe

Beide Methoden:

- Obergrenze der nichtlinearen Nebenbedingung
- Startwerte für  $Q$ ,  $R$  und  $S$  und bei DTU  $\alpha$

Bei JKU-Methode zusätzlich:

- Referenzszenario
- Skalierungsfaktor  $\lambda_v$
- Verstärkung des Integrators

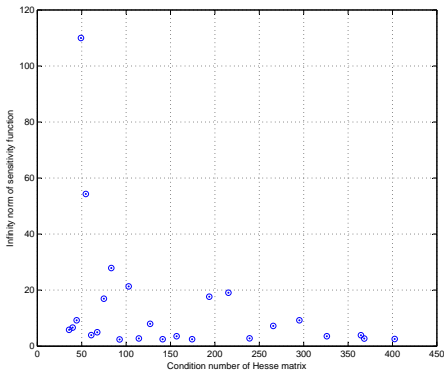
### ■ Performance







- Zusammenhang zwischen Sensitivität und Kondition
  - ⇒ Niedrigere Konditionszahlen führen tendentiell zu höheren Werten der Unendlichkeitsnorm
  - ⇒ Gute Sensitivität und Kondition stellen keinen Widerspruch dar

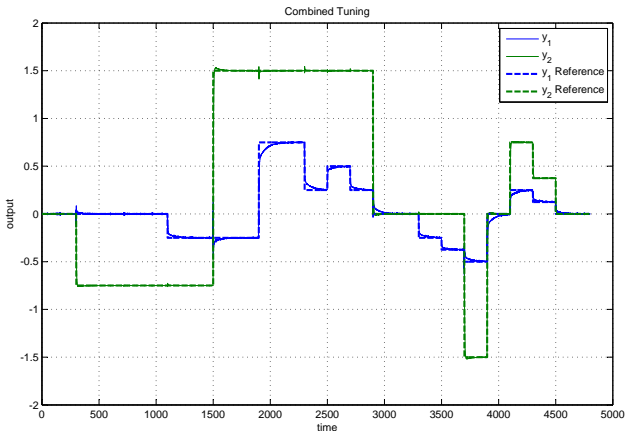




Parameter	JKU		DTU
Integrator	<b>händisch eingestellt</b>	⇔	automatisch parametriert
Konditionierung	<b>optimiert</b>	⇔	nicht berücksichtigt
Robustheit	nicht berücksichtigt	⇔	<b>optimiert</b>
Aggressivität	<b>einstellbar über <math>\lambda_u</math></b>	⇔	begrenzt einstellbar
Bewertungskriterium	Evaluierungsszenario	⇔	<b>Einheitssprünge</b>
Kostenfunktion	<b>quadratischer Fehler*</b>	⇔	<b>absoluter Fehler*</b>



- Beschränkungen für  $\kappa_{\max}$  und  $M_{S,\max}$
- Eingestellt mit  $\lambda_u$





## Erkenntnisse

- Beide Methoden für Vergleich angepasst
- Optimierung beider Methoden ähnlich
- Nebenbedingungen bringen verschiedene Vorteile

## Ergebnisse

- Beide Methoden funktionstüchtig und effektiv
- Implementierung einer kombinierten Methode



Institute for Design and Control of Mechatronical Systems  
Johannes Kepler University Linz

<http://desreg.jku.at>

