Bachelorarbeit

Modellvereinfachung mittels DoE und Identifikation

Fink Gerold

Betreuung: Thomas Schwarzgruber

Problemstellung

- Komplexe Modelle aus physikalischen Grundgleichungen erstellen

- Frage der Detailstufe und somit auch der Ordnung des Modells?

- Modellordnung kann durch Identifikation bzw. DoE-Methoden geringer ausfallen

- Ziel ist das Abbilden eines komplexen Simulationsmodells mittels Identifikation in ein vereinfachtes Modell

Design of Experiment (DoE)

- Methoden zur optimalen Anregung
- Entscheidende Systemeigenschaften anregen
- Informationsgehalt an den Ausgängen möglichst groß
- Verbesserte Modellqualität
- Reduzierung der Messdauer

Aufgabenstellung

- Aufbau eines einfachen Testbeispiels zur Verdeutlichung der Modellreduktion
- Aufbau eines komplexen Simulationsmodells mittels physikalischer Modellbildung
- Anwendung der DoE-Methoden auf das komplexe Modell zur Reduzierung der Modellordnung

Kovarianz-Matrix

- Bestimmt die Qualität des geschätzten Parametervektors $\hat{\theta}$
- $\Sigma\left(\hat{\theta}\right) = \sigma^2 E(\Phi^T \Phi)^{-1} \approx \sigma^2 (\Phi^T \Phi)^{-1}$
- $\Sigma\left(\hat{\theta}\right)$ soll minimiert werden → verschiedene Optimalitätskriterien

Optimalitätskriterien 1

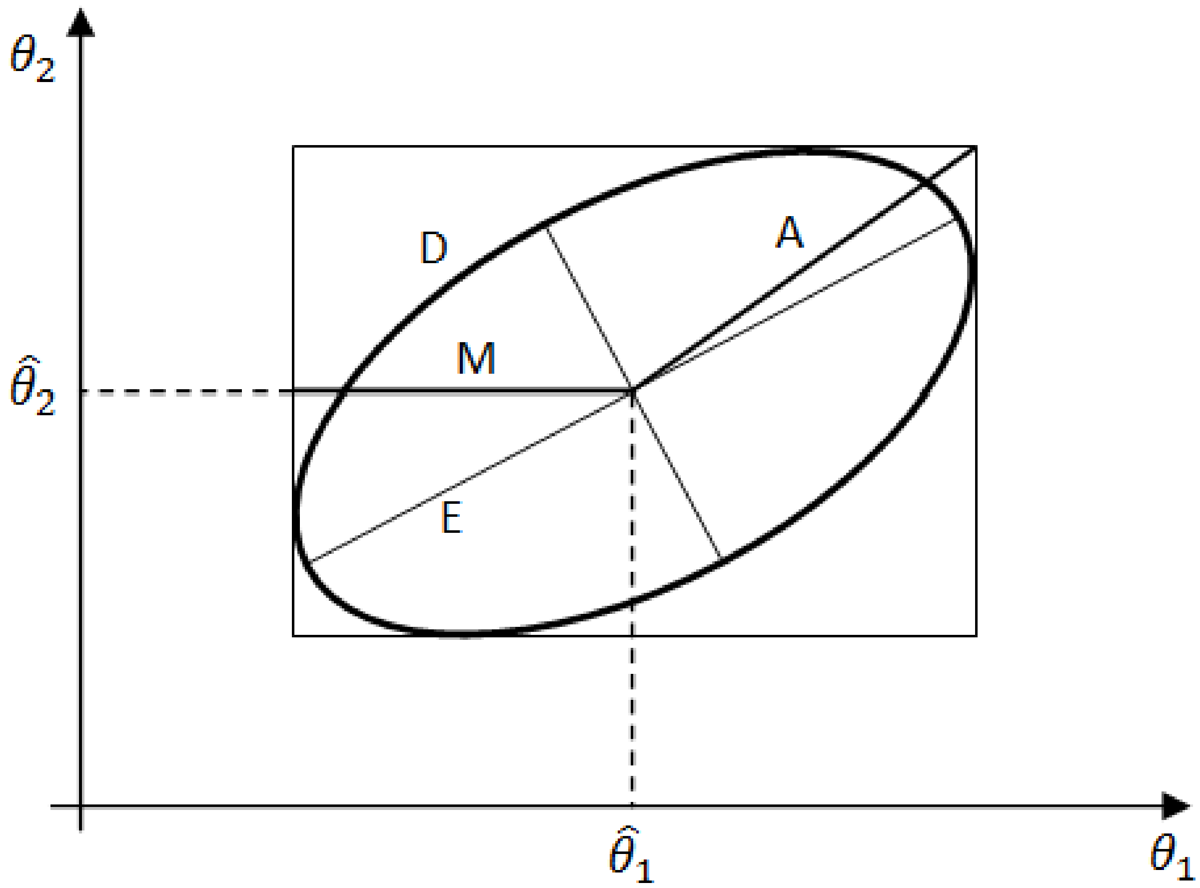
- A-optimal (Average):
  - $$\Psi_A\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = trace\left(\Sigma(\hat{\theta})\right)$$
- C-optimal (Combined):
  - $$\Psi_C\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = c^T\Sigma(\hat{\theta})c$$
- D-optimal (Determinant):
  - $$\Psi_D\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = \det\Sigma(\hat{\theta})$$

Optimalitätskriterien 2

- E-optimal(Extrem):
  - $\Psi_{\mathrm{E}}\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = \max eig\left(\Sigma(\hat{\theta})\right)$

- M-optimal(Minimax Variance):
  - $\Psi_{\mathrm{M}}\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = \max\left(\Sigma(\hat{\theta})_{ii}\right), i \in \{1 \dots n_\theta\}$

Optimalitätskriterien 3



Algorithmus 1

- 1) Anfangssimulation
  - Datenmatrix muss genügend Einträge enthalten um die Kovarianz-Matrix zu bilden
- 2) Parameter identifizieren
  - Um die Ausgänge abschätzen zu können
- 3) Eingangssignale generieren
  - Ein Signal minimiert die Kovarianz-Matrix
- 4) Die benötigten Ausgänge bestimmen
  - Bei größeren Eingangsfolgen sind keine gemessenen Ausgänge vorhanden

Algorithmus 2

- 5) Optimalitätskriterium anwenden
  - Kostenfunktion wird für jede Eingangsfolge berechnet
- 6) Den ersten Eingang der besten Eingangsfolge wählen und auf das System anwenden
- 7) Zum 2.Schritt springen bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist

Einfaches Modell

- Parameter:
  - $K = 3 \quad T1 = 0.01 \quad T2 = 1 \quad T3 = 0.75$

- System 3.Ordnung
  - $$Gs = \frac{K}{(1 + T1 \cdot s) \cdot (1 + T2 \cdot s) \cdot (1 + T3 \cdot s)}$$

Identifikation

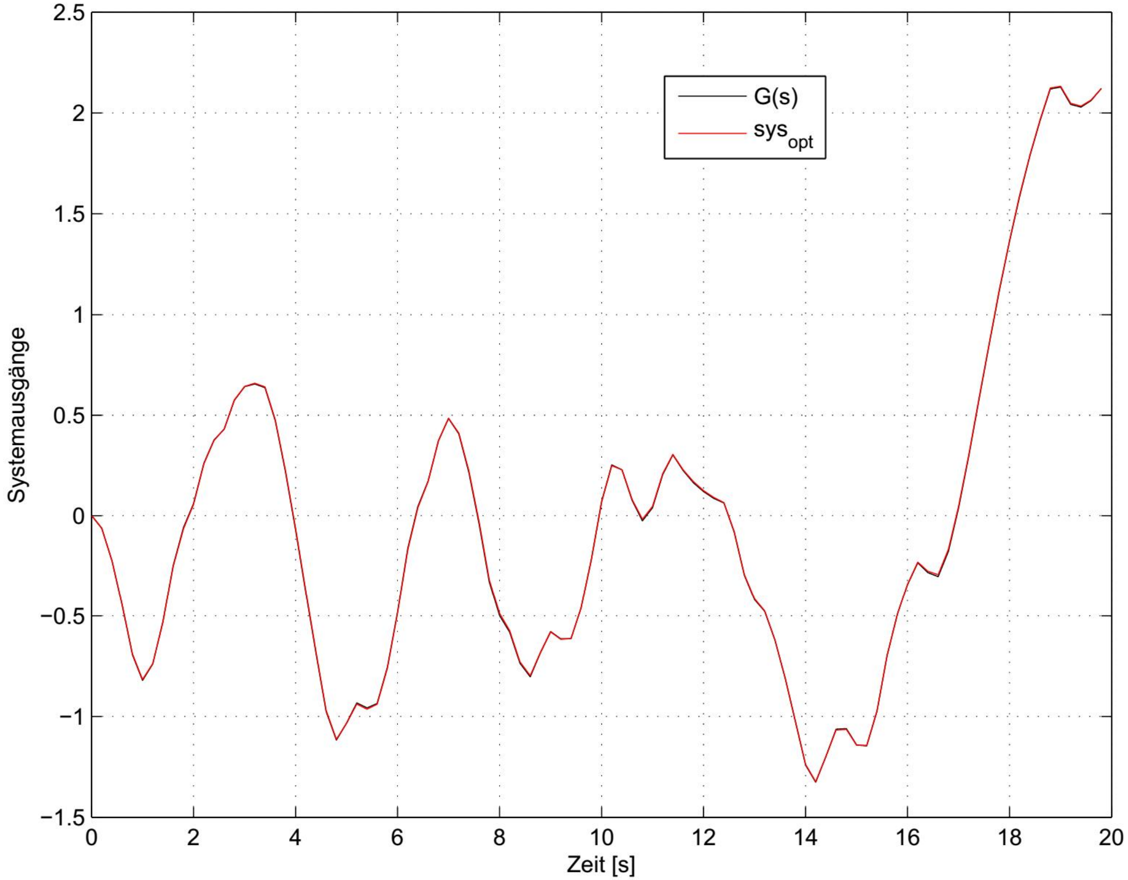
- Das System wird mittels einem ARX-Modell 2.Ordnung identifiziert

- Kostenfunktion für die optimale Eingangsfolge ist das D-optimale Kriterium

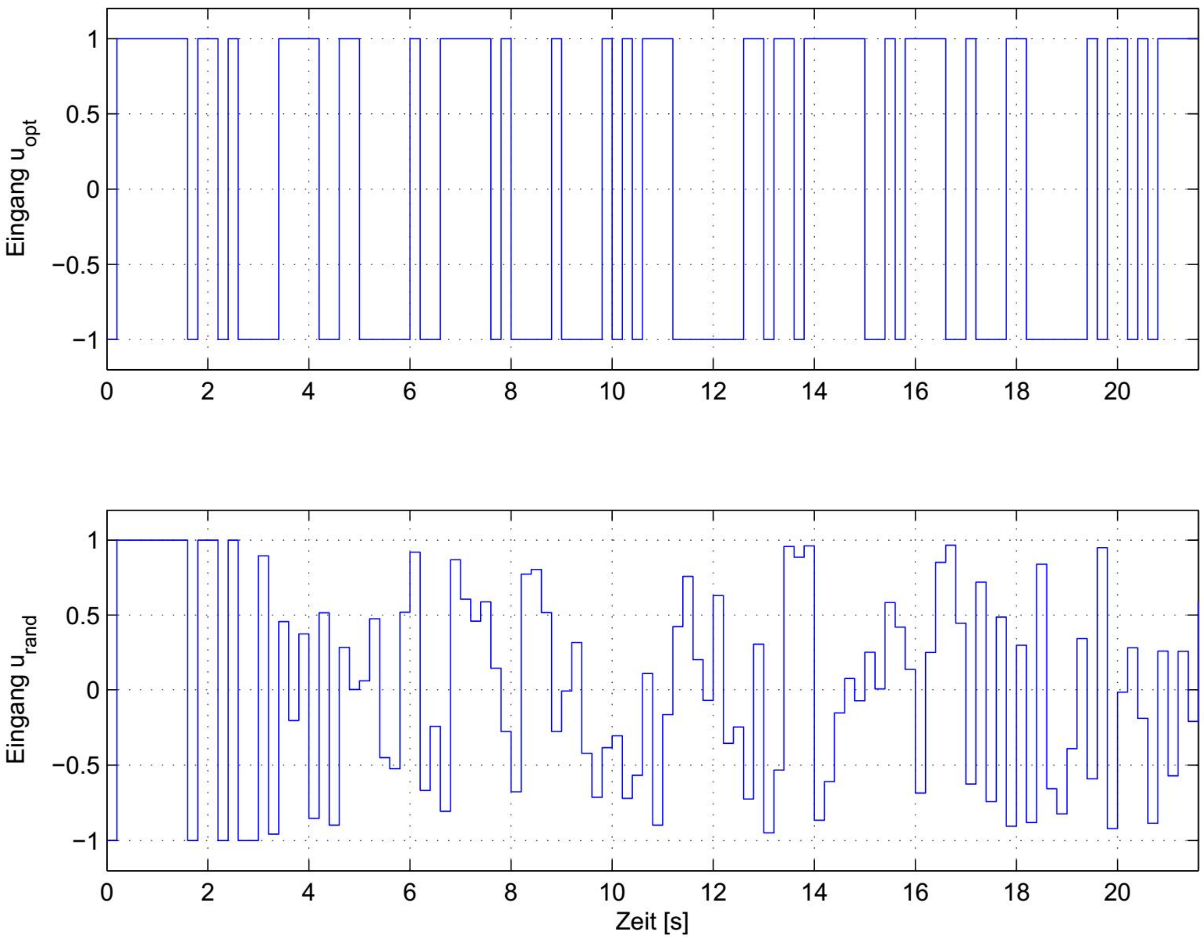
$$\Psi_{\mathrm{D}}\left(\Sigma(\hat{\theta})\right) = \det \Sigma(\hat{\theta})$$

Identifikationsergebnisse

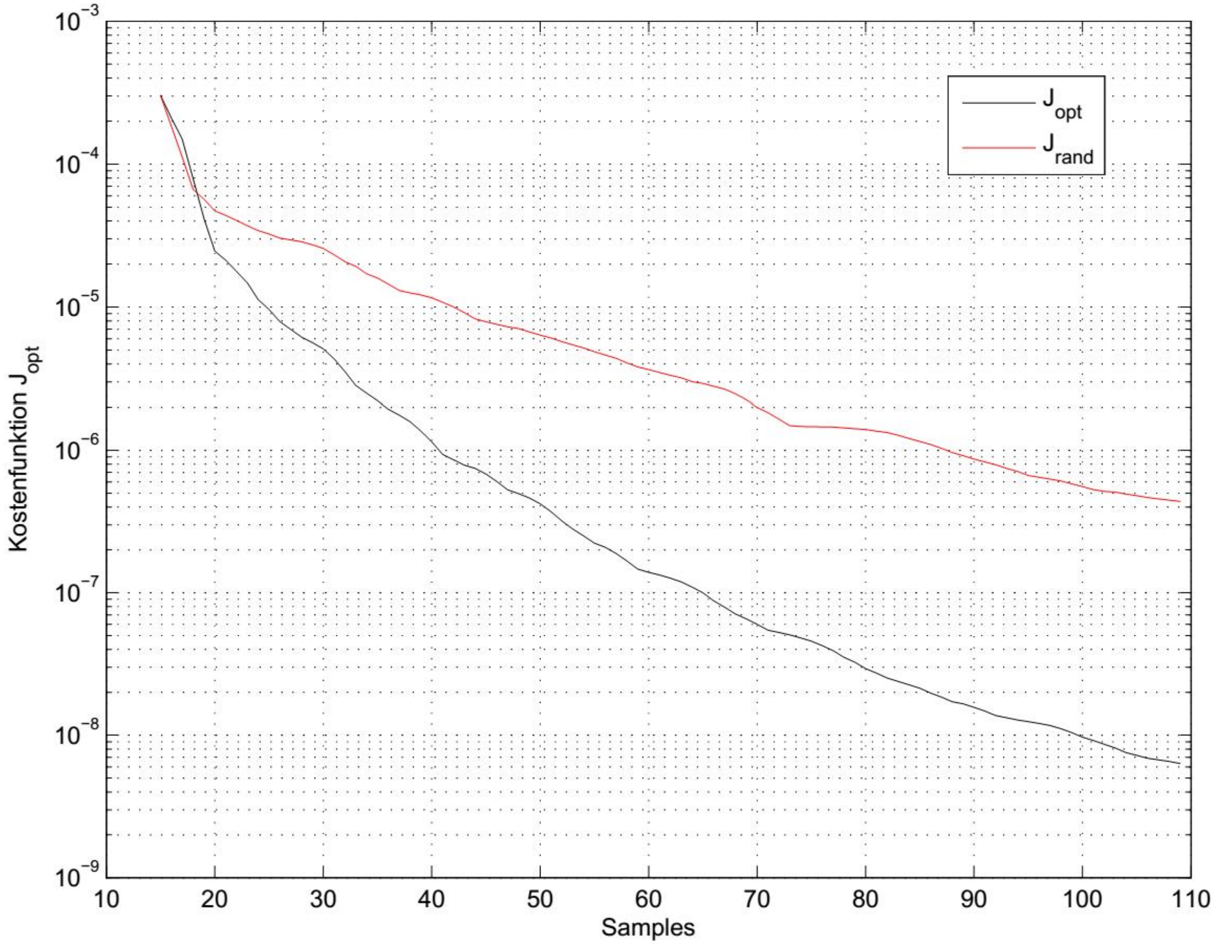
- Modellreduktion von 3. auf 2.Ordnung



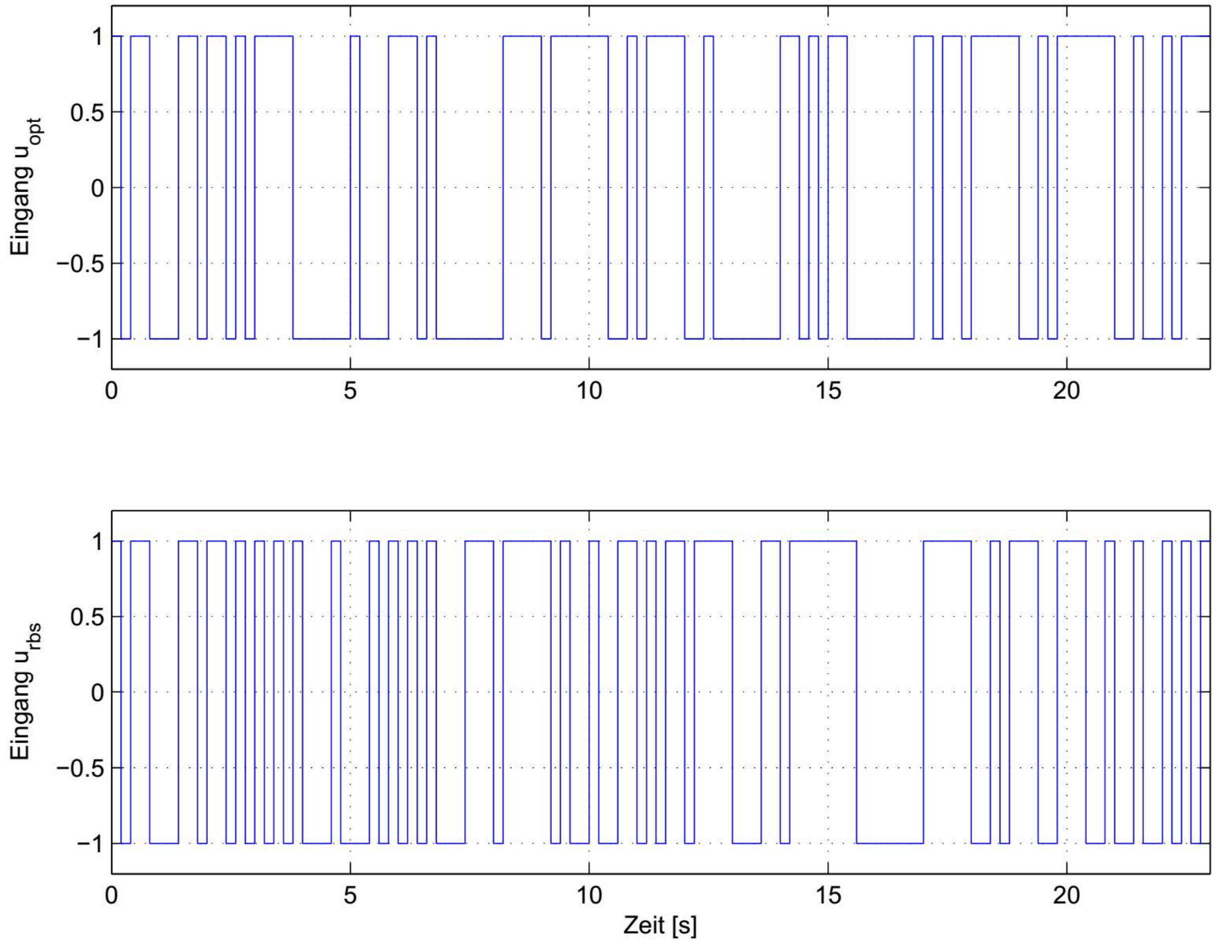
Eingangssignal 1



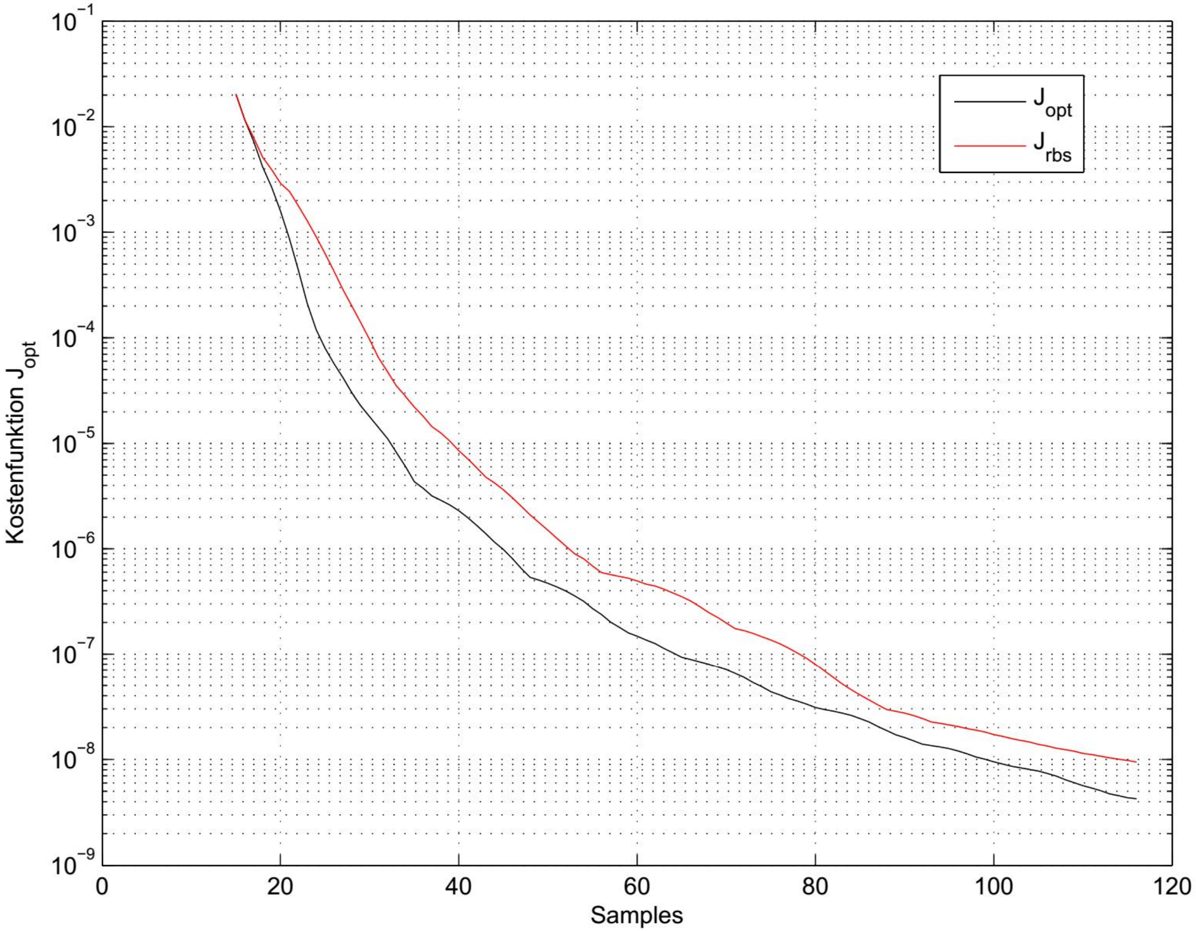
Kostenfunktion 1



Eingangssignal 2



Kostenfunktion 2



FROLS-Algorithmus 1

- Forward Regression Orthogonal Least Squares
- Parameter von NARX-Systemen bestimmen
- Einführen eines orthogonalen Hilfssystems
- Signifikante Regressoren herausfiltern

FROLS-Algorithmus 2

$$y(k) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i \cdot p_i(k) + e(k) \qquad \text{mit} \qquad k = 1, 2, \ldots, N$$

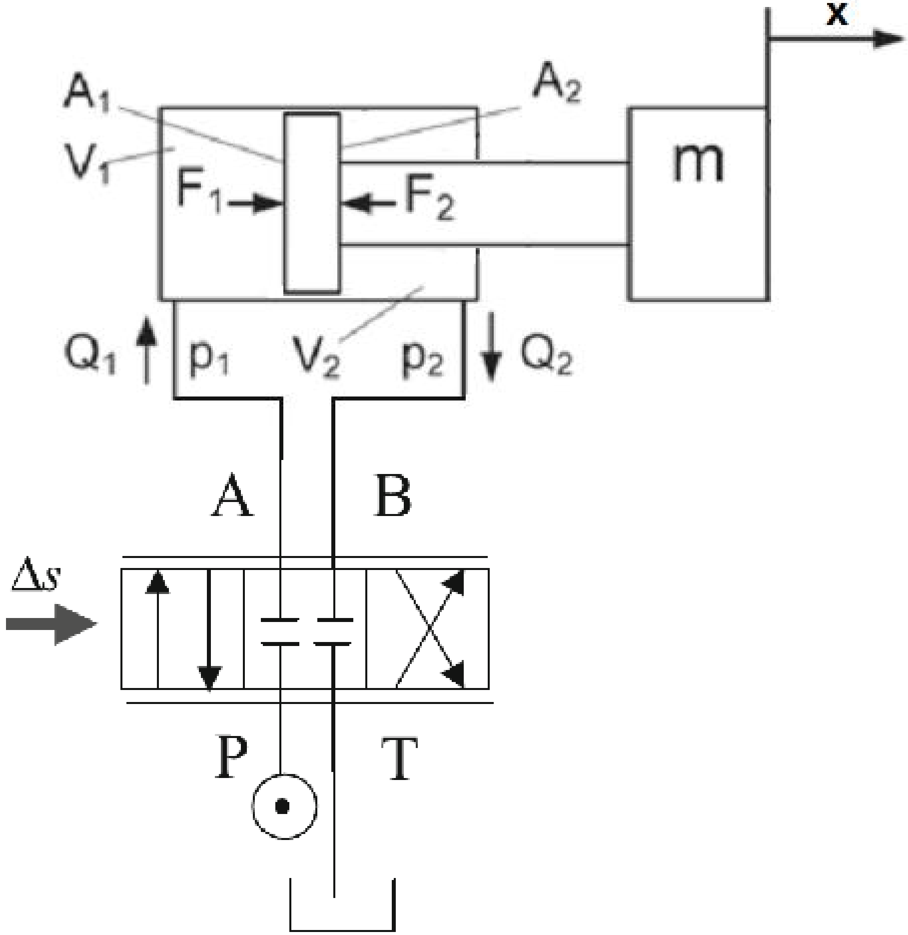
- Beispiele von Regressoren

$$p_1(k) = y(k-1) \cdot u(k-1)$$

$$p_2(k) = u(k-2)^2$$

$$p_3(k) = u(k-3) \cdot \sqrt{y(k-2)}$$

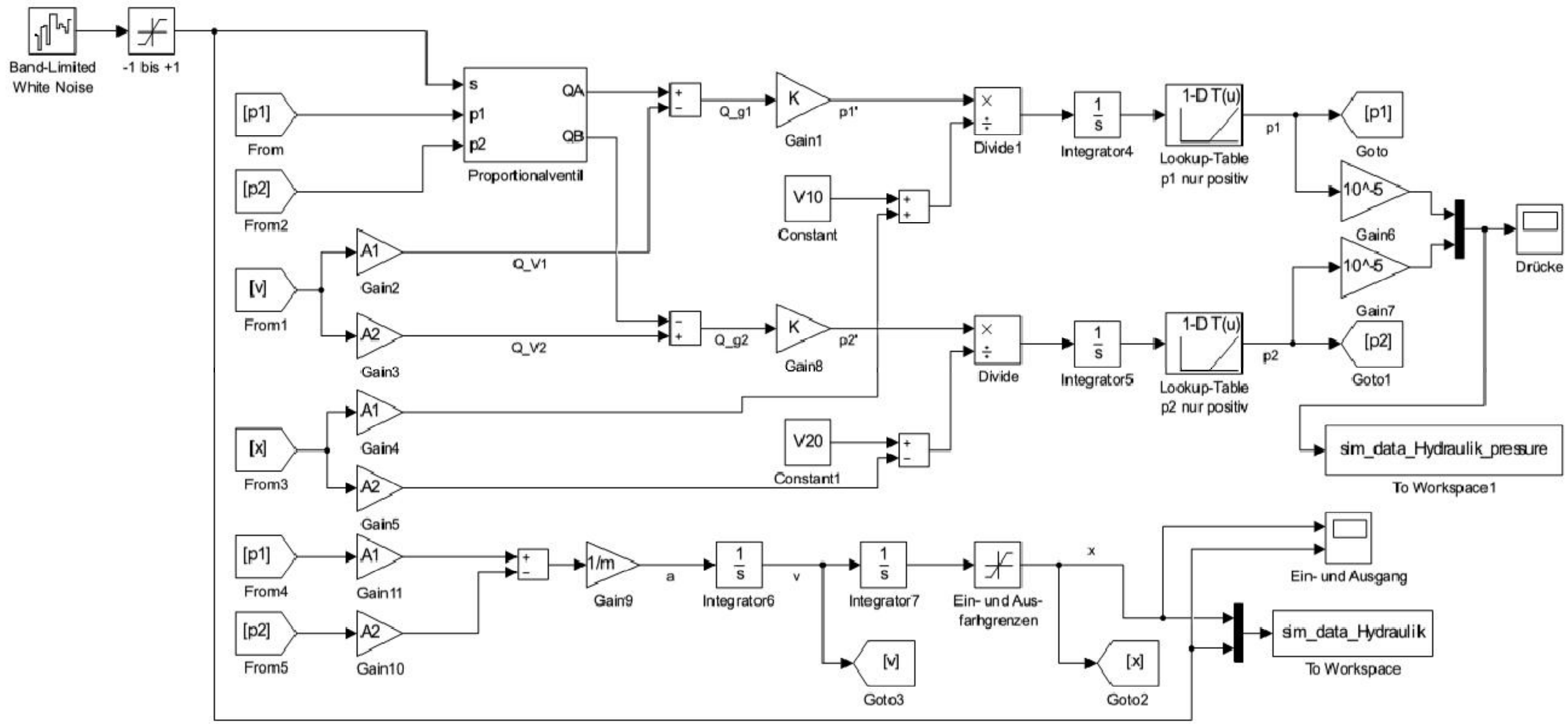
Modellbildung Hydrauliksystem 1



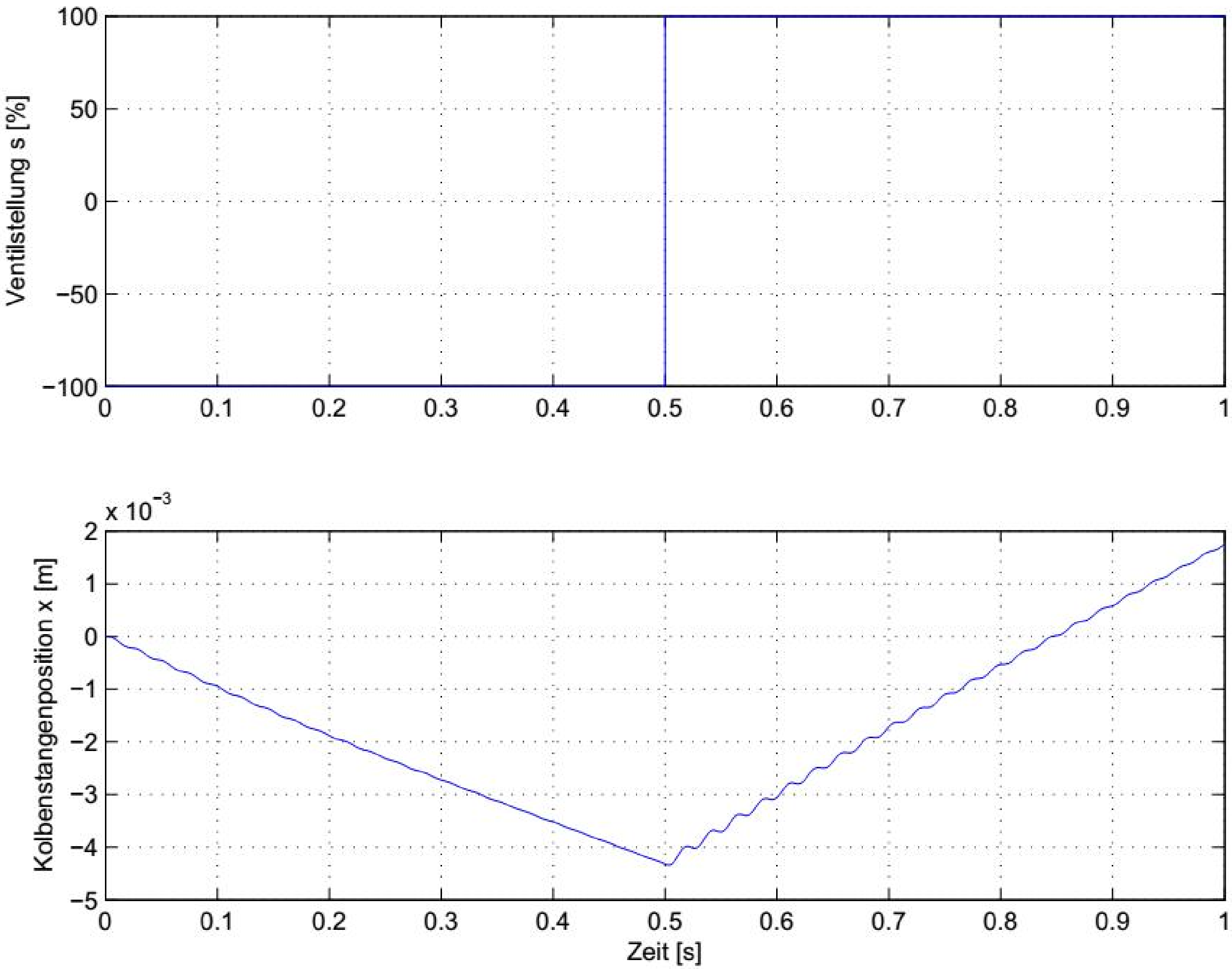
Modellbildung Hydrauliksystem 2

- hydraulische Kapazitäten:
  - $$\dot{p}_1 = \frac{1}{C_{Fl}} Q_{g1}$$
  - $$\dot{p}_2 = \frac{1}{C_{Fl}} Q_{g2}$$
- Ventilkennlinie:
  - $$Q = G \cdot \Delta s \cdot \sqrt{|p_P - p_1|} \cdot sign(p_P - p_1)$$

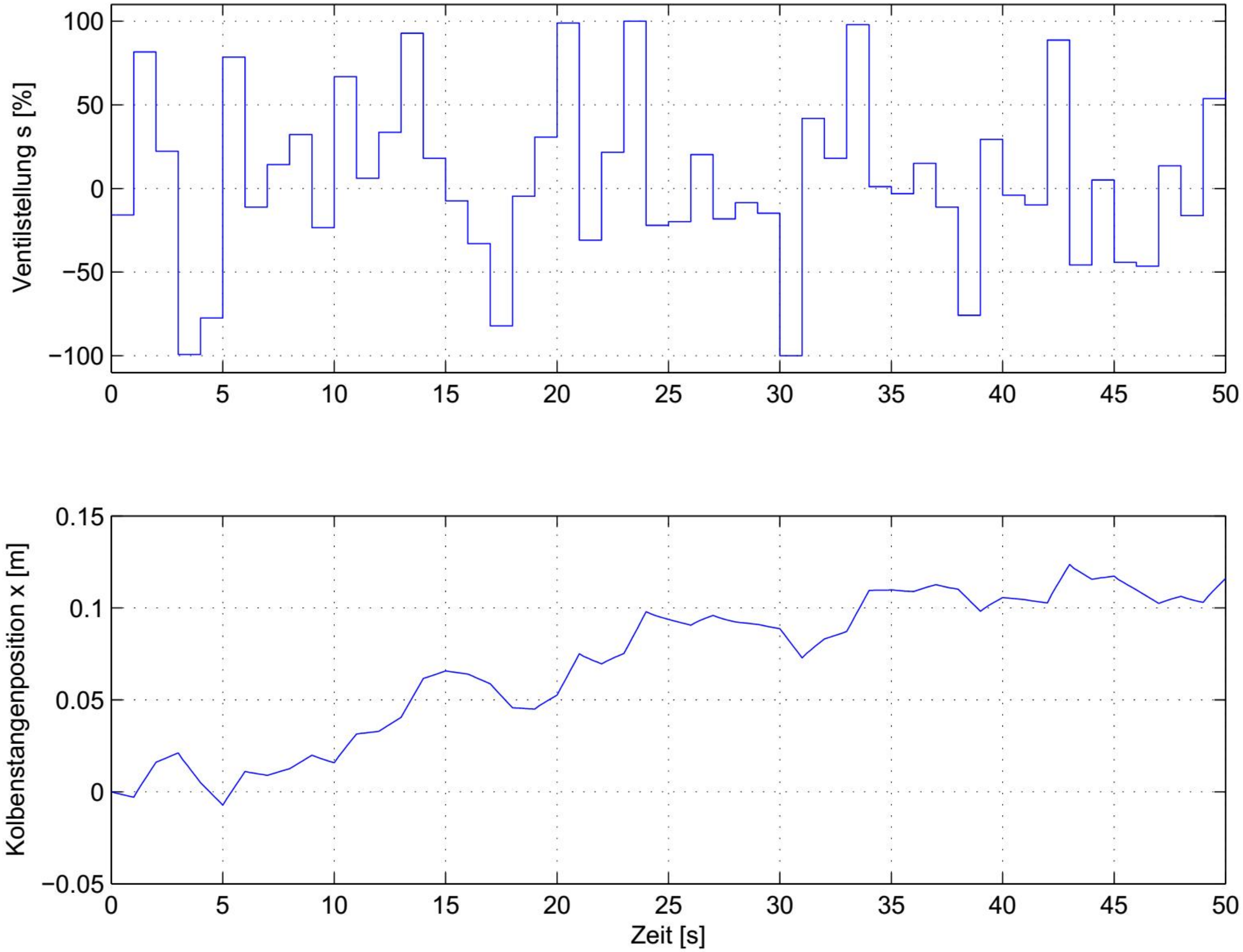
Modellbildung Hydrauliksystem 3



Simulation Hydrauliksystem 1



Identifikation Hydrauliksystem 1



Identifikation Hydrauliksystem 2

- Anwendung des FROLS-Algorithmus

- übergebene Regressoren

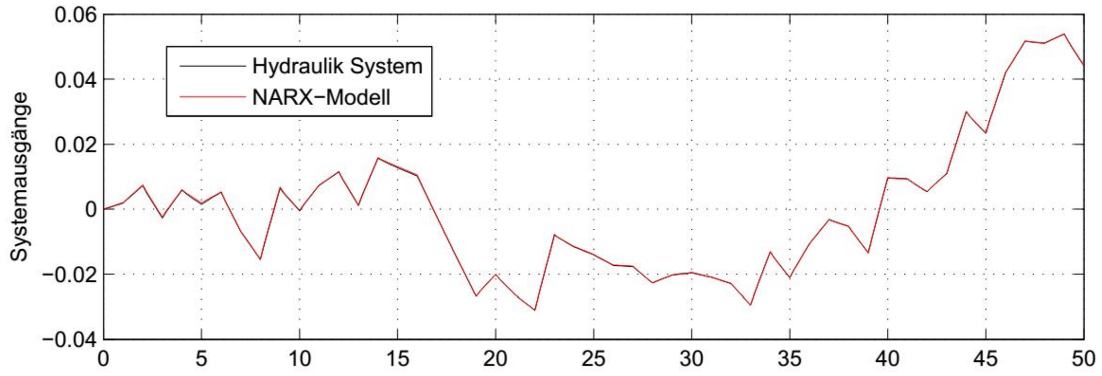
$$\mathbf{y}_{k-1}, \quad \mathbf{u}_{k-1}, \quad |\mathbf{y}_{k-1}|, \quad |\mathbf{u}_{k-1}| \quad \mathbf{y}_{k-2}, \quad \mathbf{u}_{k-2}, \quad |\mathbf{y}_{k-2}|, \quad |\mathbf{u}_{k-2}|$$

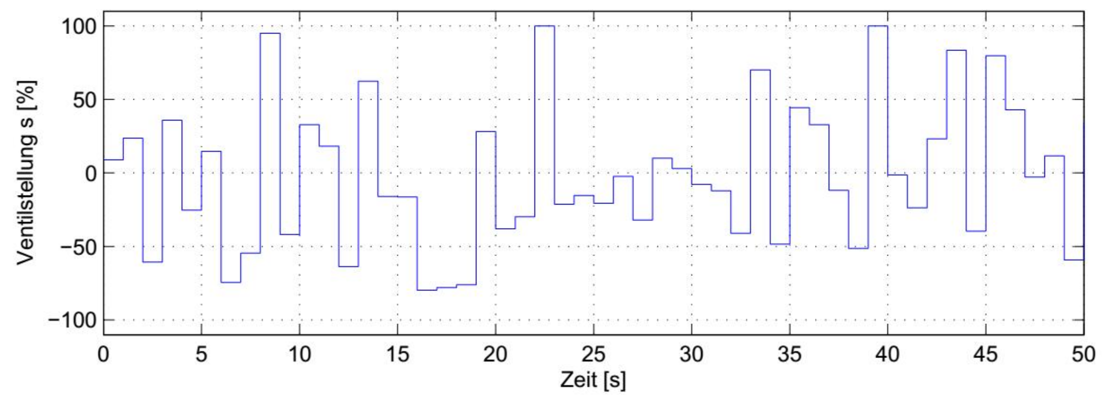
- Identifikationsmodell 2.Ordnung

$$y(k) = y(k-1) + 0.0042 \cdot u(k-1) + 0.0007 \cdot |u(k-1)| - 0.0003 \cdot u(k-2)$$

Identifikation Hydrauliksystem 3

- Modellreduktion von 4. auf 2.Ordnung





Danke für Ihre Aufmerksamkeit