

# Vergleich einer MPC Methode für korreliertes Mess- und Prozessrauschen mit einer Standardimplementierung

Bachelorarbeit von Georg Steger  
Betreuer: Dr. Harald Waschl  
SS 2015



- Aufgabenstellung und Ziele
- Model Predictive Control MPC
  - Motivation und Grundidee
  - Besonderheiten der Methode für korreliertes Rauschen
  - Implementierung der Methoden in Matlab/SIMULINK
- Test der Methode und Ergebnisanalyse
  - Grundlegende Annahmen
  - Testmethoden
  - Ergebnisse MISO Modell
  - Ergebnisse MIMO Modell
- Zusammenfassung und Konklusion



- Implementierung der MPC Methode für korreliertes Mess- und Prozessrauschen („Finite Horizon MPC for Systems in Innovation Form“, Technical University of Denmark, In 2011)
- Implementierung einer Standardmethode
- Test der Methoden für ausgewählte Systeme mit bekannten Unsicherheiten und Rauschen
- Vergleich der Ergebnisse



# MODEL PREDICTIVE CONTROL - MPC



- Grundidee:
  1. Verwendung eines mathematischen Modells um zukünftigen Ausgang zu berechnen
  2. Berechnung der optimalen Eingangsfolge durch Lösung eines beschränkten Optimierungsproblems
  3. Wiederholung der beiden Schritte zu jedem Abtastzeitpunkt
  
- Vorteile:
  - Einfache Behandlung des Mehrgrößenfalls
  - Immer lineares Regelgesetz
  - Einfache systematische Berücksichtigung von Beschränkungen möglich

Kostenfunktion (Beispiel):

$$\Phi = (Y_k - R_k)^T Q (Y_k - R_k) + \Delta U_k^T S \Delta U_k$$



- Verwendet Modelle in Innovationsform:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{G}w_k \\y_k &= \mathbf{C}x_k + \mathbf{D}u_k + v_k\end{aligned}$$

- Modelle zeigen korreliertes Rauschen:

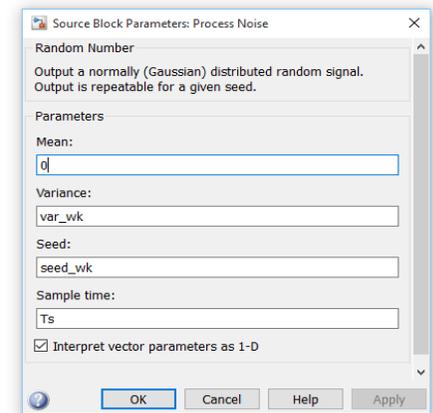
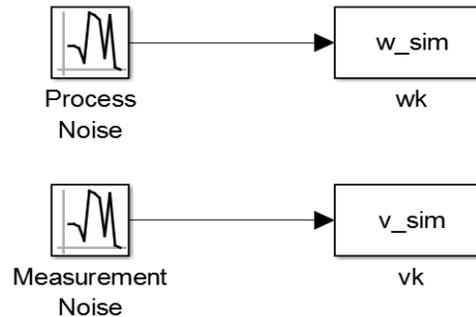
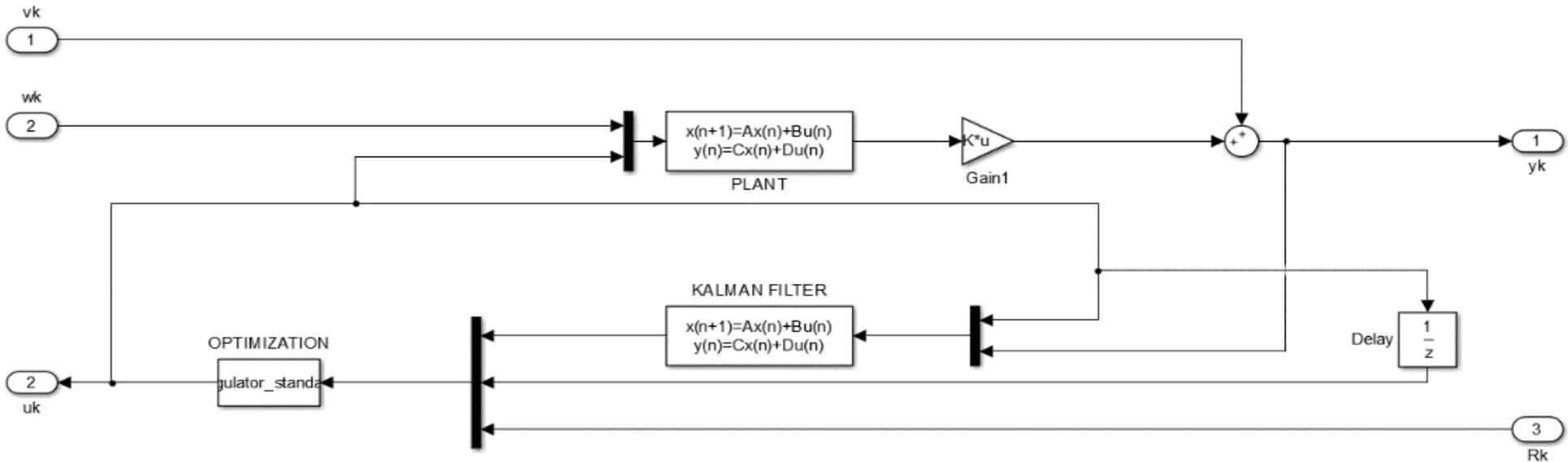
$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix} \sim N_{iid} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R_{ww} & R_{wv} \\ R_{vw} & R_{vv} \end{bmatrix} \right)$$

Im Fall einer Korrelation ist die Kovarianzmatrix voll besetzt!

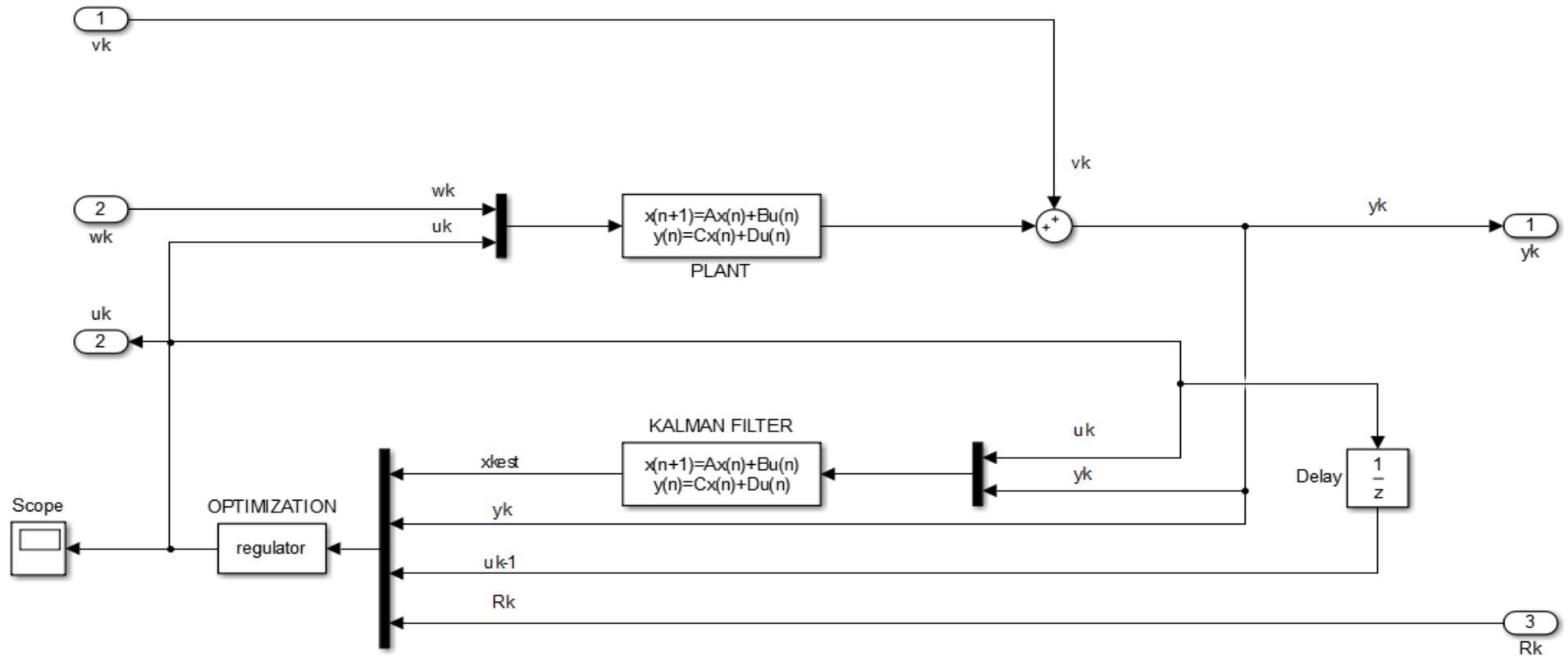
- Korrelationsterm wird in der DARE berücksichtigt

$$P = \mathbf{A}P\mathbf{A}^T + \mathbf{G}R_{ww}\mathbf{G}^T - (\mathbf{A}P\mathbf{C}^T + \mathbf{G}R_{wv})(R_{vv} + \mathbf{C}P\mathbf{C}^T)^{-1}(\mathbf{A}P\mathbf{C}^T + \mathbf{G}R_{wv})^T$$

# Implementierung anhand von Matlab/SIMULINK (1)



# Implementierung anhand von Matlab/SIMULINK (2)





# TEST UND ERGEBNISSE



- Prozessrauschen wirkt auf alle Zustände gleich
- Messrauschen wirkt auf alle Ausgänge gleich
- Neue Methode wird einmal mit  $\Sigma_0$  und einmal mit  $\Sigma$  aufgerufen

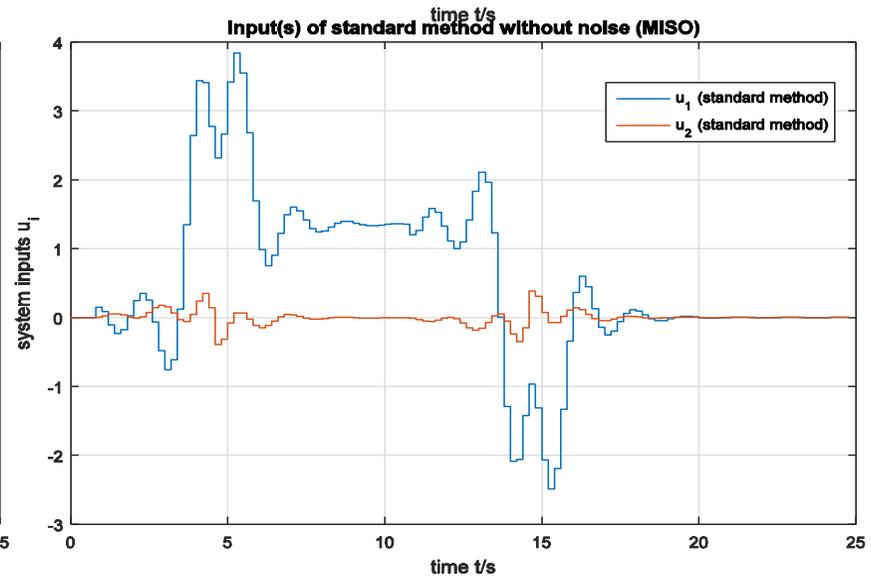
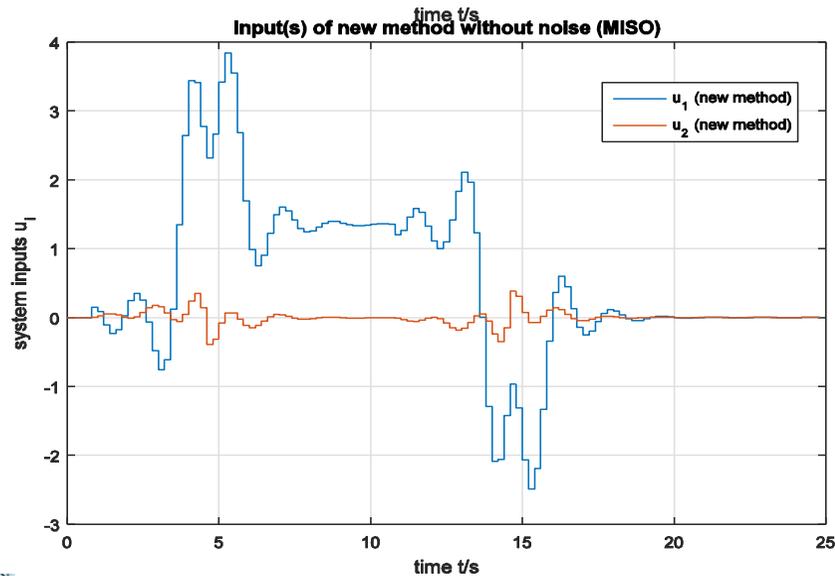
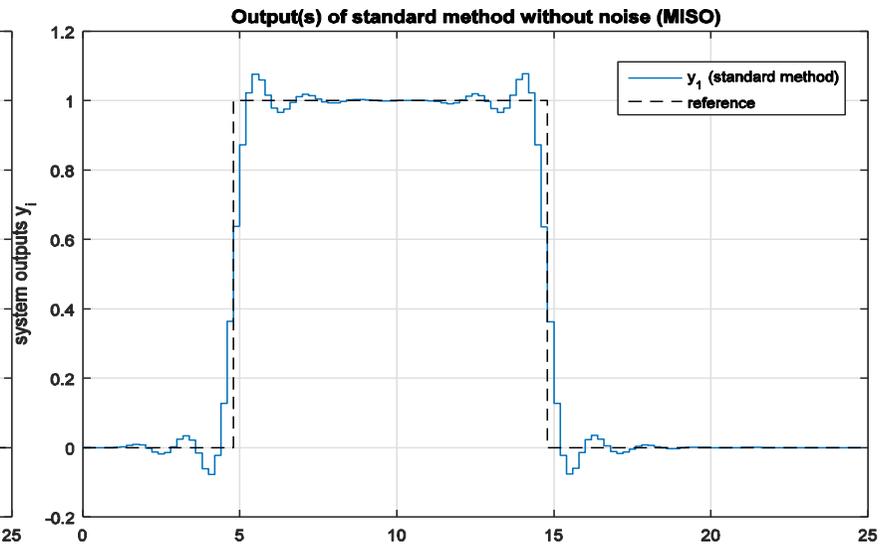
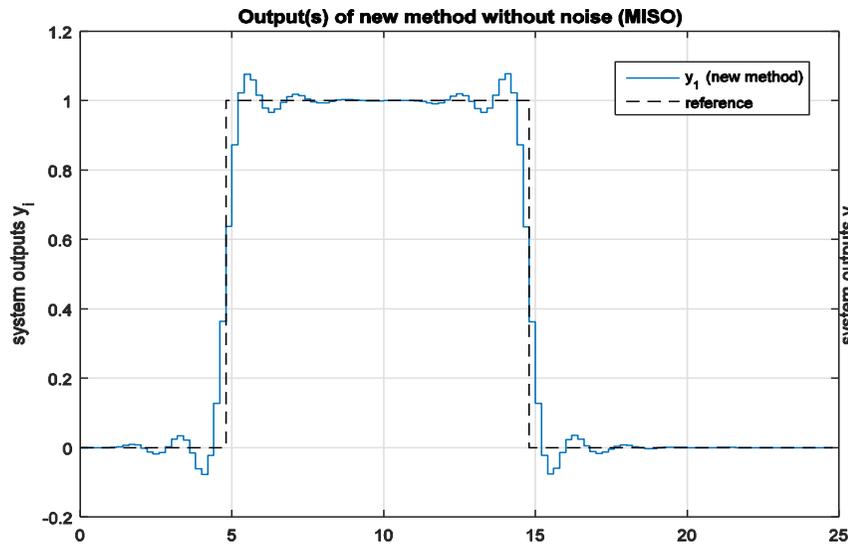
$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{G}w_k \\y_k &= \mathbf{C}x_k + \mathbf{D}u_k + v_k\end{aligned}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

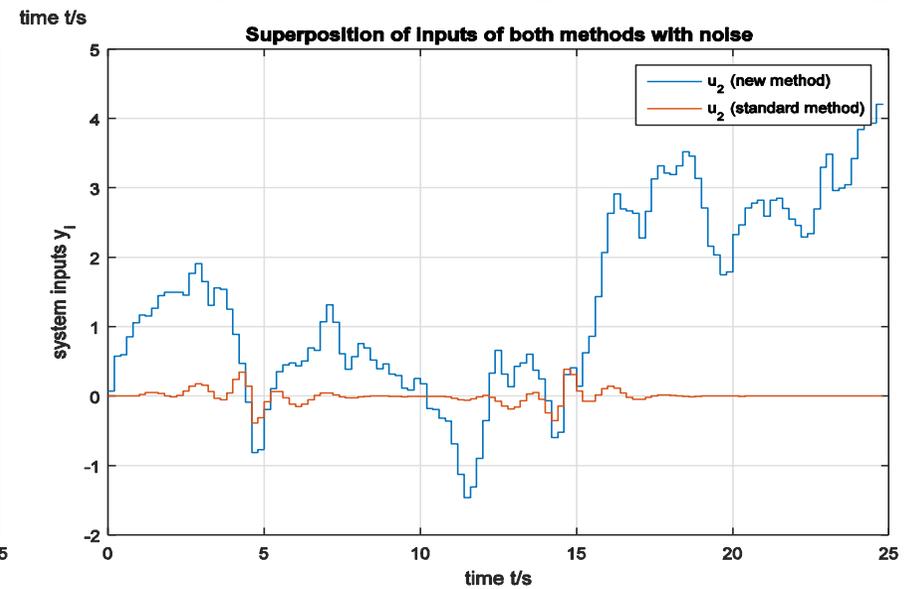
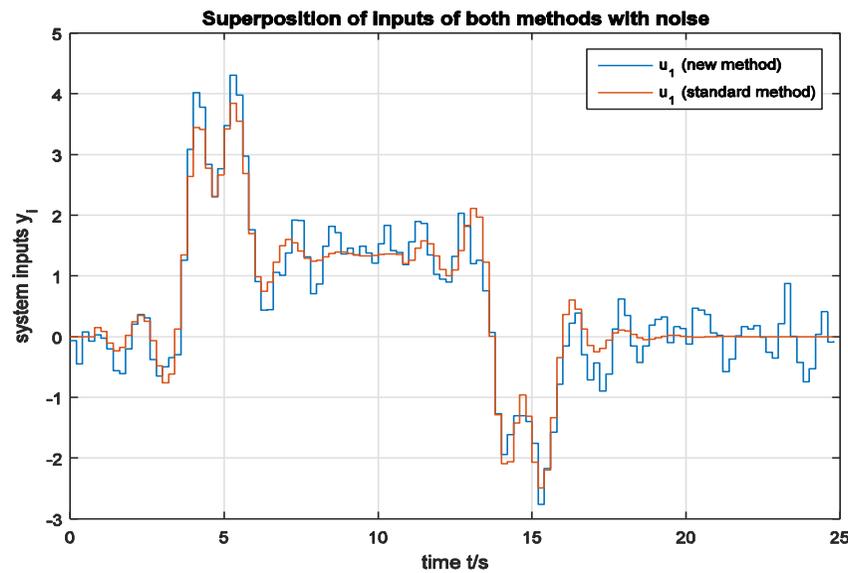
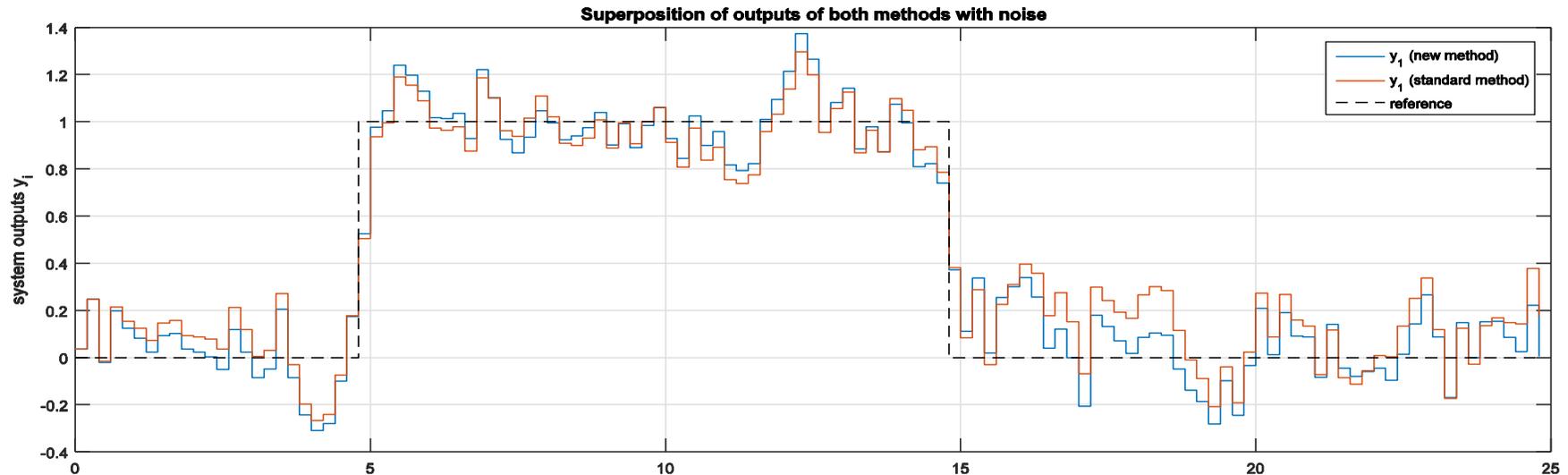
$$\Sigma = \begin{bmatrix} R_{ww} & R_{wv} \\ R_{vw} & R_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_w & \sigma_w & \sigma_{vw} & \sigma_{vw} \\ \sigma_w & \sigma_w & \sigma_{vw} & \sigma_{vw} \\ \sigma_{vw} & \sigma_{vw} & \sigma_v & \sigma_v \\ \sigma_{vw} & \sigma_{vw} & \sigma_v & \sigma_v \end{bmatrix} \quad \text{bzw.}$$

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_w & \sigma_w & 0 & 0 \\ \sigma_w & \sigma_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v & \sigma_v \\ 0 & 0 & \sigma_v & \sigma_v \end{bmatrix}$$

# Vergleich der Methoden - kein Rauschen



# Vergleich der Methoden – unkorreliertes Mess- und Prozessrauschen





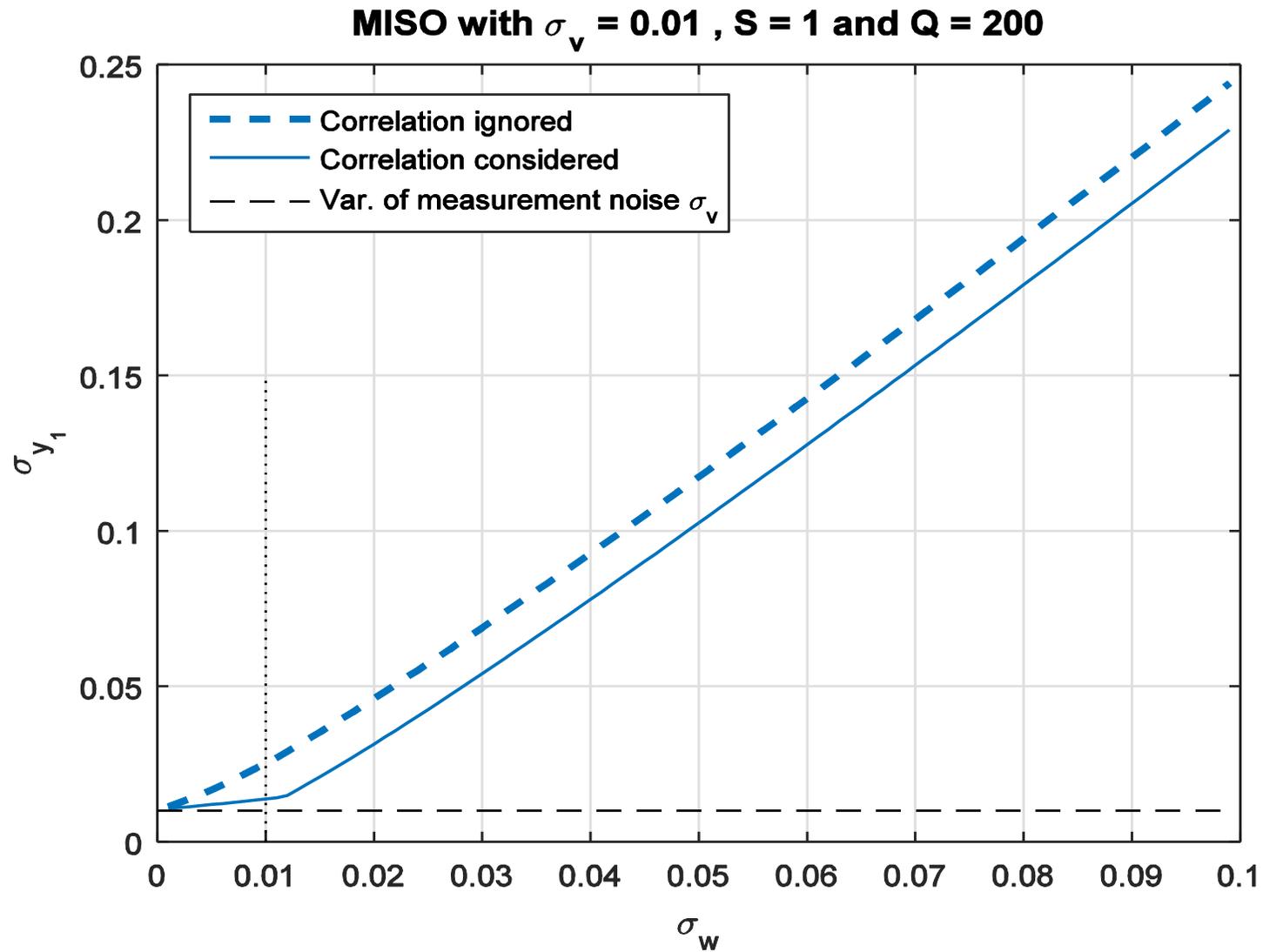
- Es werden unterschiedliche Tests definiert:
  1. Variation der Varianz des Prozessrauschens  $\sigma_w$
  2. Variation der Varianz des Messrauschens  $\sigma_v$
  3. Variation der Gewichtungsmatrizen Q und S
  4. Variation der Abtastzeit des diskreten Systems  $T_S$
  5. Identifikation des MPC Modells
  6. Berücksichtigung von Beschränkungen
  7. Prozessrauschen als Überlagerung der Systemeingänge  $G = B$
- Betrachtet wird jeweils die Varianz des Rauschens am Systemausgang  $\sigma_y$
- Verwendete Kostenfunktion:

$$\Phi = (Y_k - R_k)^T Q (Y_k - R_k) + \Delta U_k^T S \Delta U_k$$

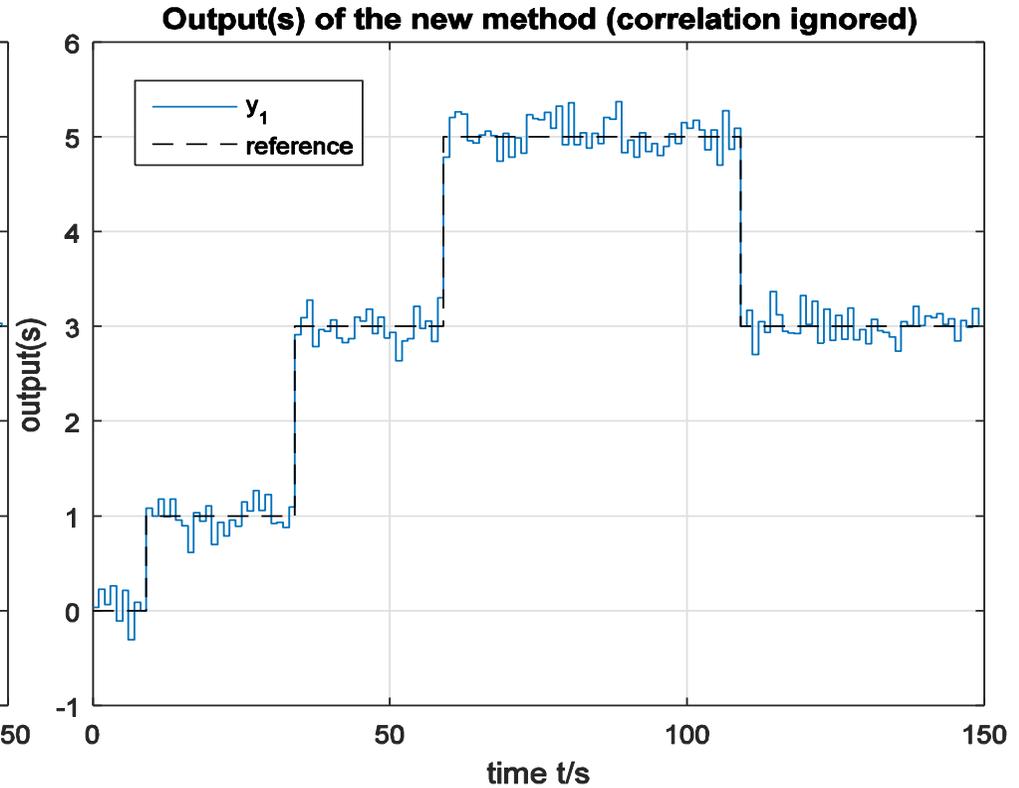
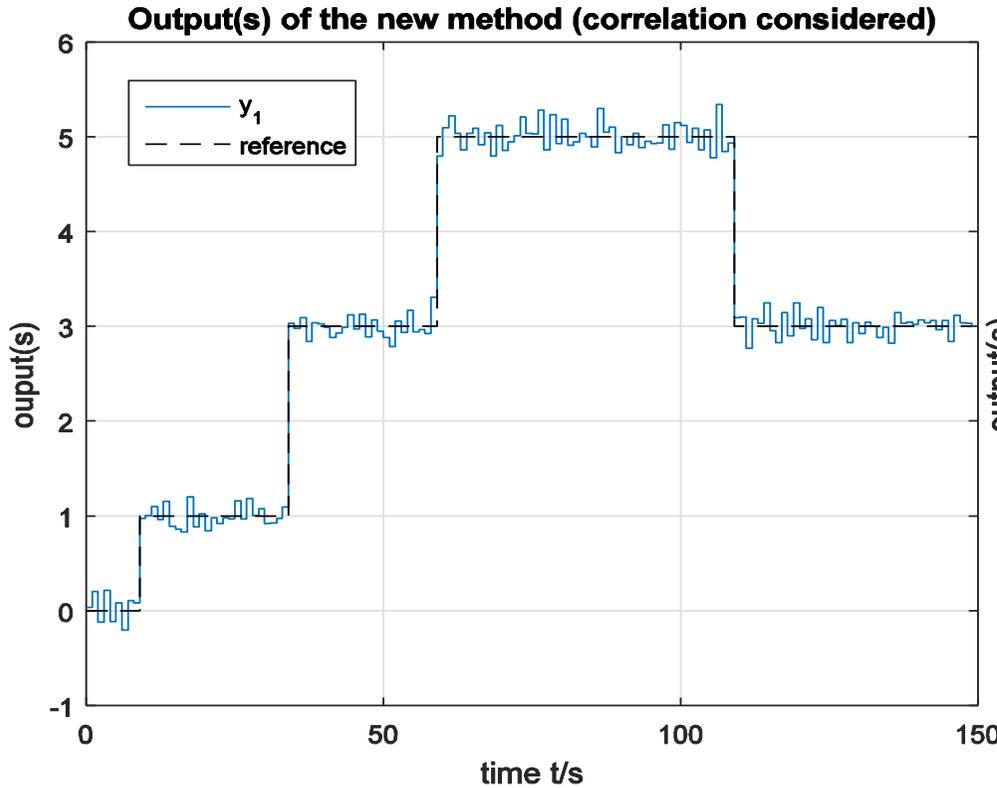


- 2 Eingänge
- 1 Ausgang
- 4 Zustände
- $Q = 200 * E^{n_y \times n_y}$
- $S = 1 * E^{n_u \times n_u}$
- Varianz des Messrauschens  $\sigma_v = 0.01$
- Varianz des Prozessrauschens  $\sigma_w = 0 \dots 10 \sigma_v$
- Abtastzeit  $T_S = 1s$

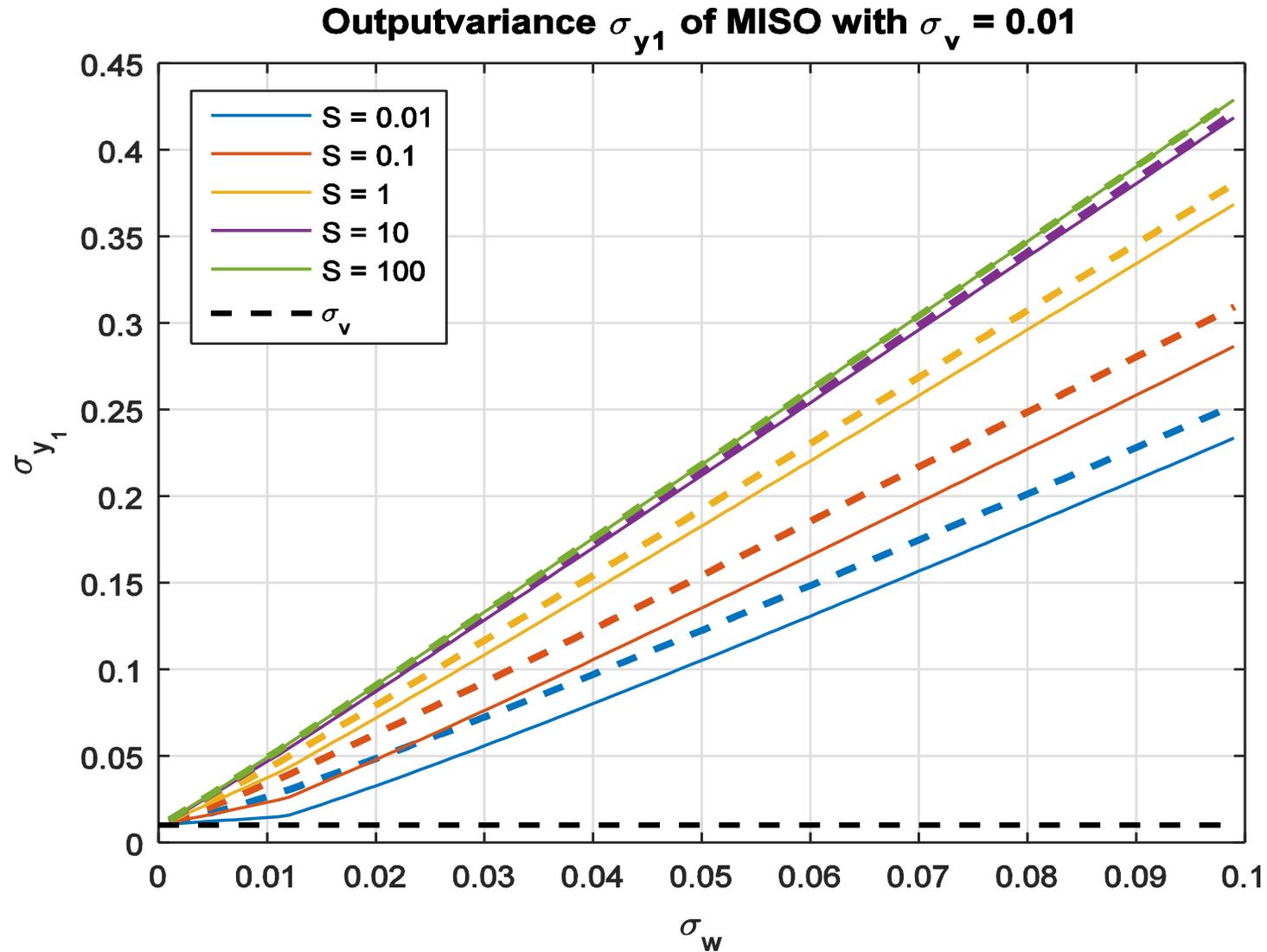
# MISO – Variation der Varianz des Prozessrauschens (1)



# MISO – Variation der Varianz des Prozessrauschens (2)



# MISO – Variation der Gewichtung der Eingangänderungen



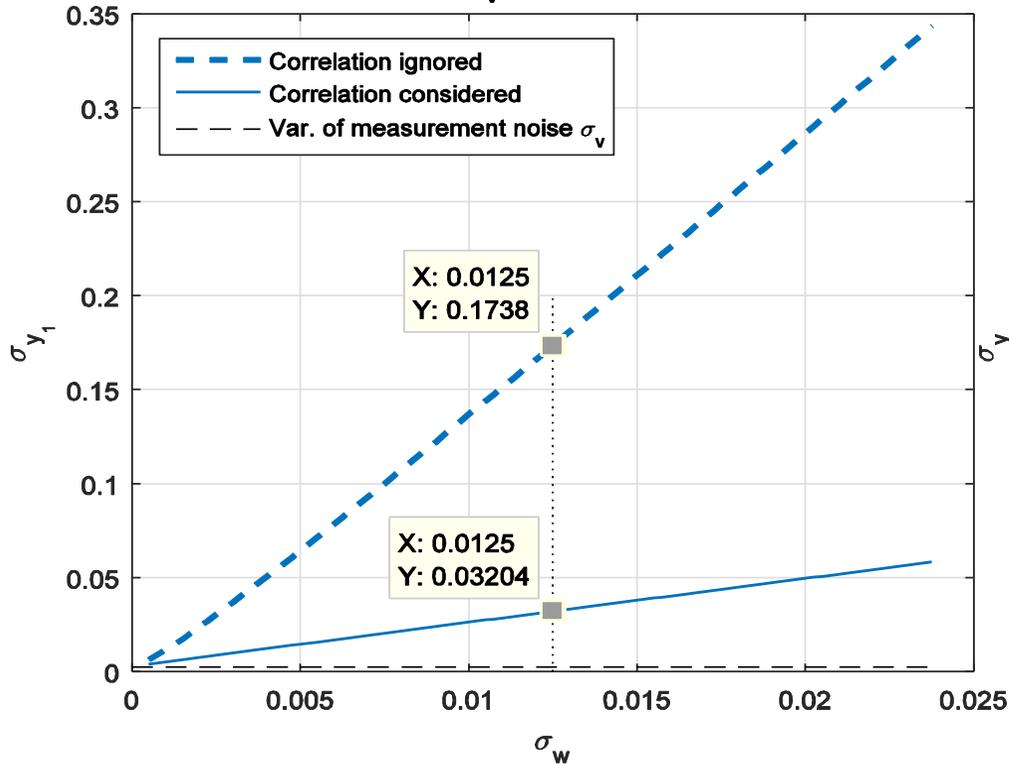


- 2 Eingänge
- 2 Ausgänge
- 6 Zustände
- $S = 1 * E^{n_y \times n_y}$
- $Q = 100 * E^{n_u \times n_u}$
- Varianz des Messrauschens  $\sigma_v = 0.0025$
- Varianz des Prozessrauschens  $\sigma_w = 0 \dots 10\sigma_v$
- Abtastzeit  $T_S = 1s$
- Systemmatrizen zufällig gewählt

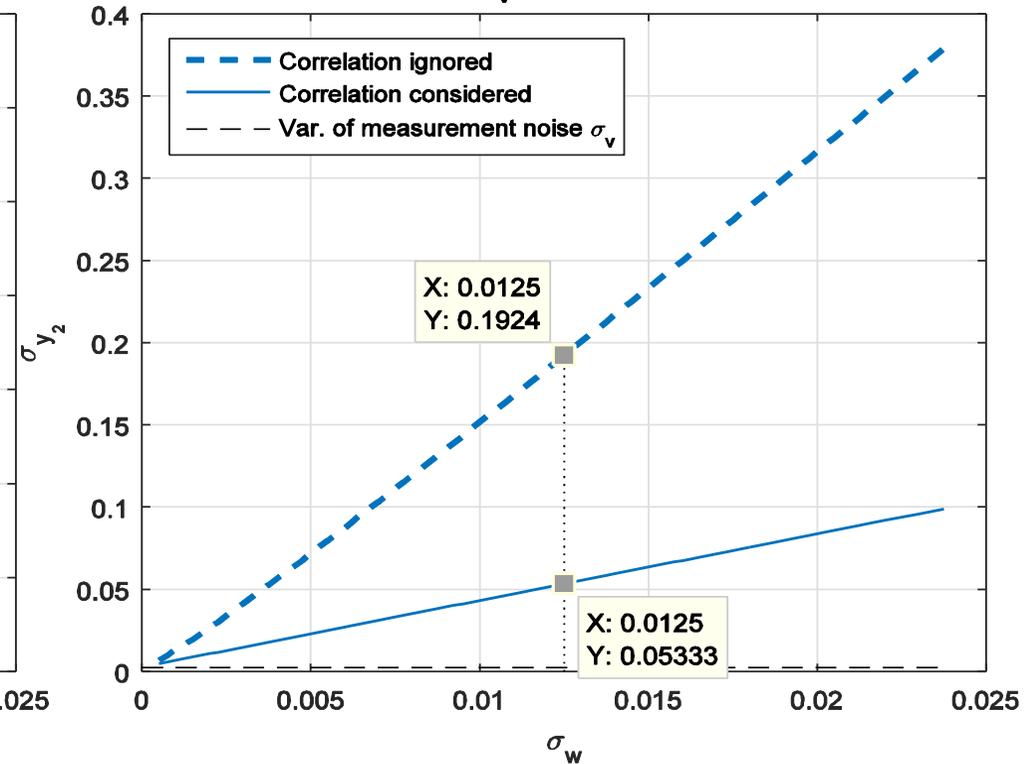
# MIMO – Variation der Varianz des Prozessrauschens



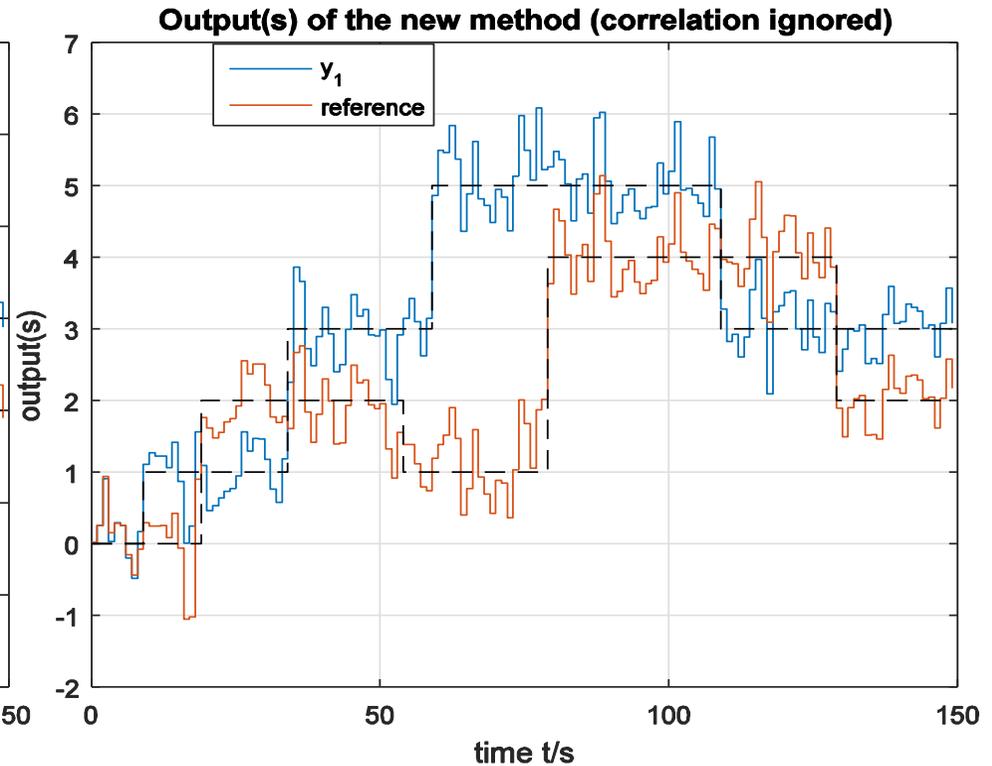
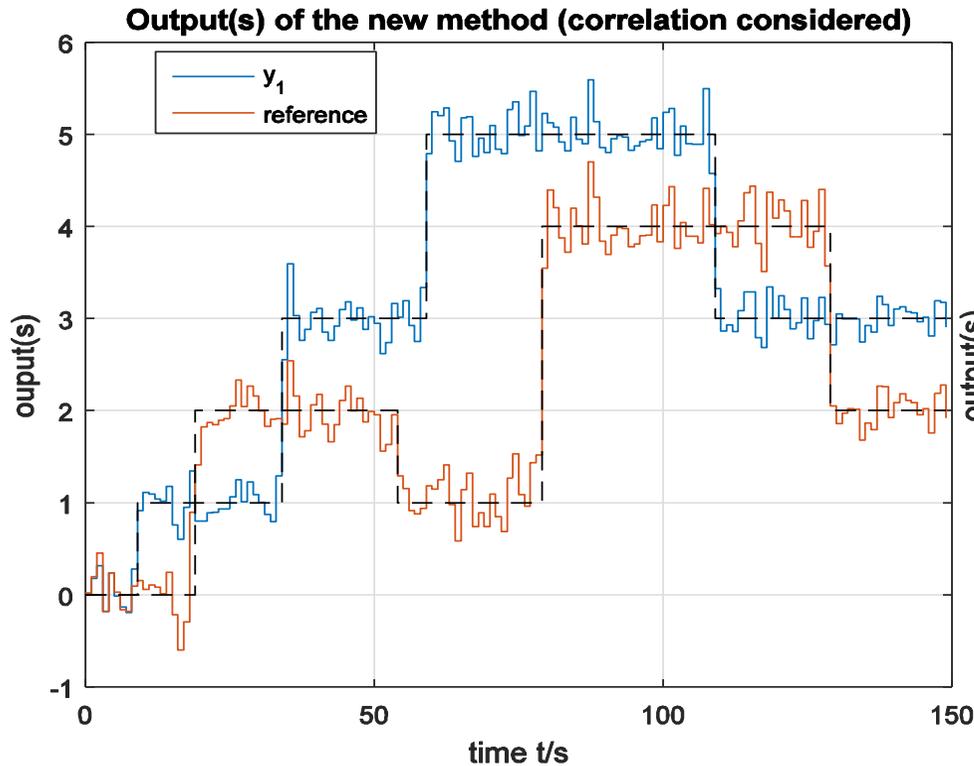
Simple MIMO with  $\sigma_v = 0.0025$ ,  $S = 1$  and  $Q = 100$



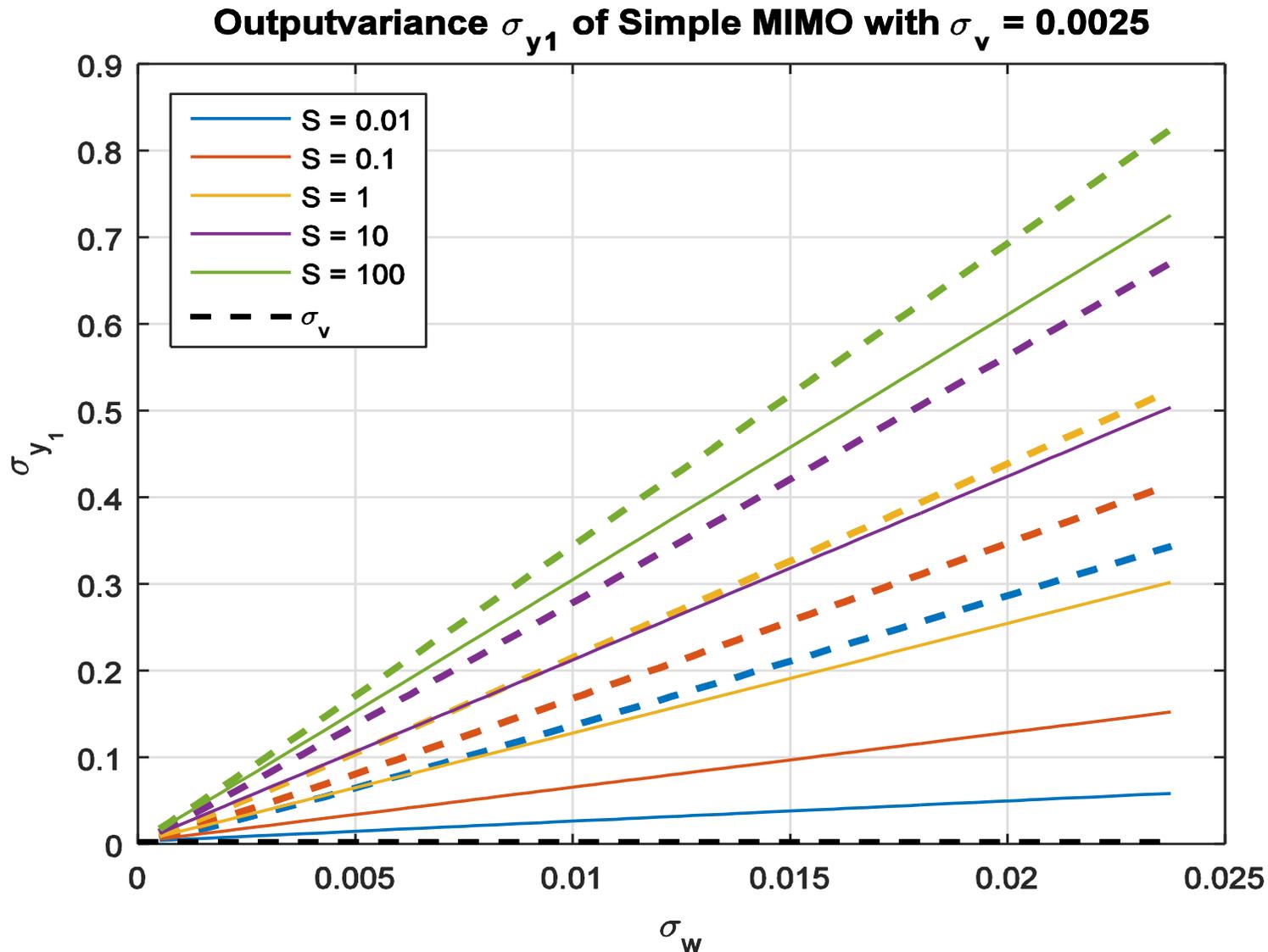
Simple MIMO with  $\sigma_v = 0.0025$ ,  $S = 1$  and  $Q = 100$



# MIMO – Variation der Varianz des Prozessrauschens (2)



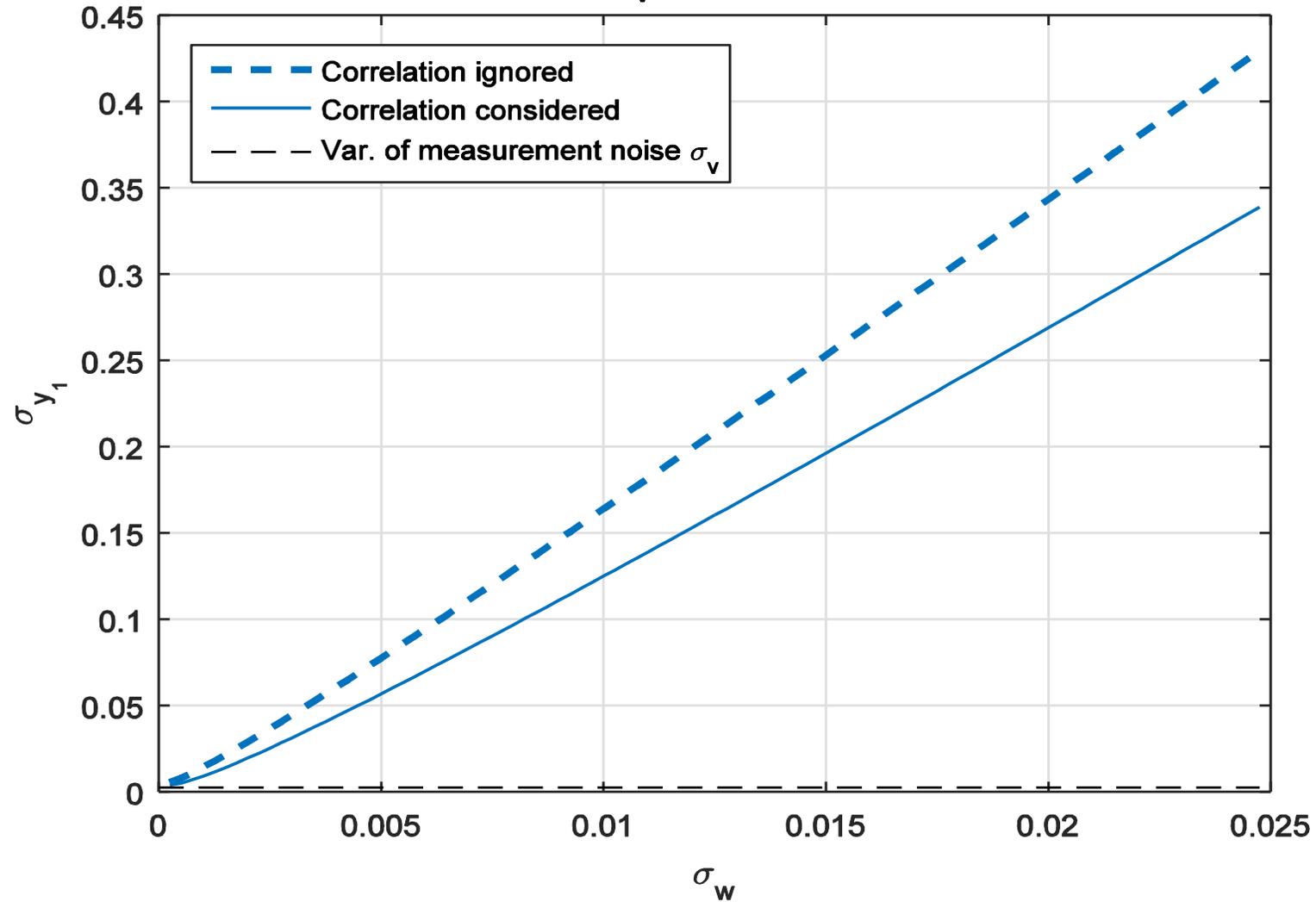
# MIMO – Variation der Gewichtung der Eingangänderungen



# MIMO – Identifikation des MPC Modells (1)



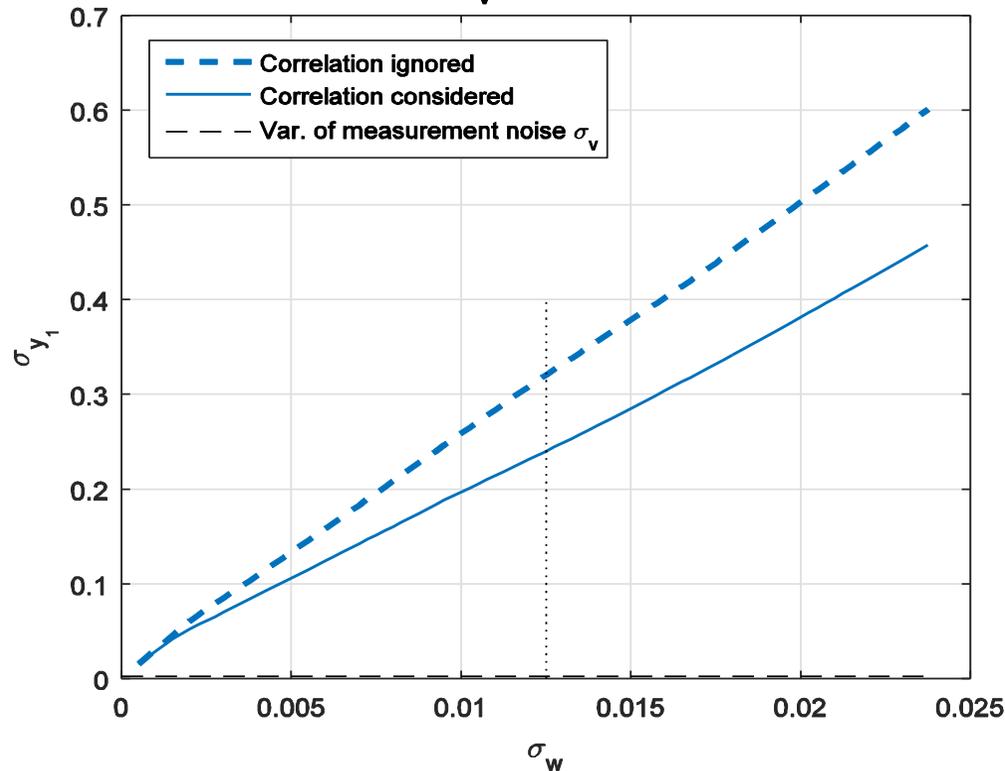
Simple MIMO with  $\sigma_v = 0.0025$ ,  $S = 1$  and  $Q = 100$



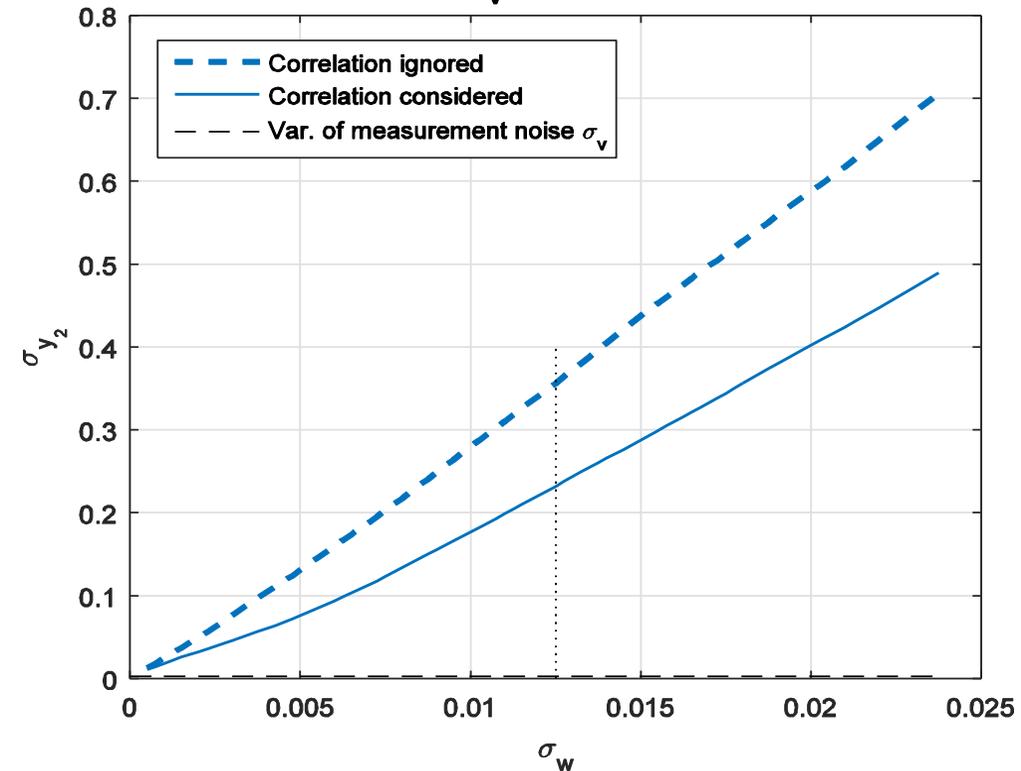
# MIMO – Berücksichtigung von Eingangsbeschränkungen (1)



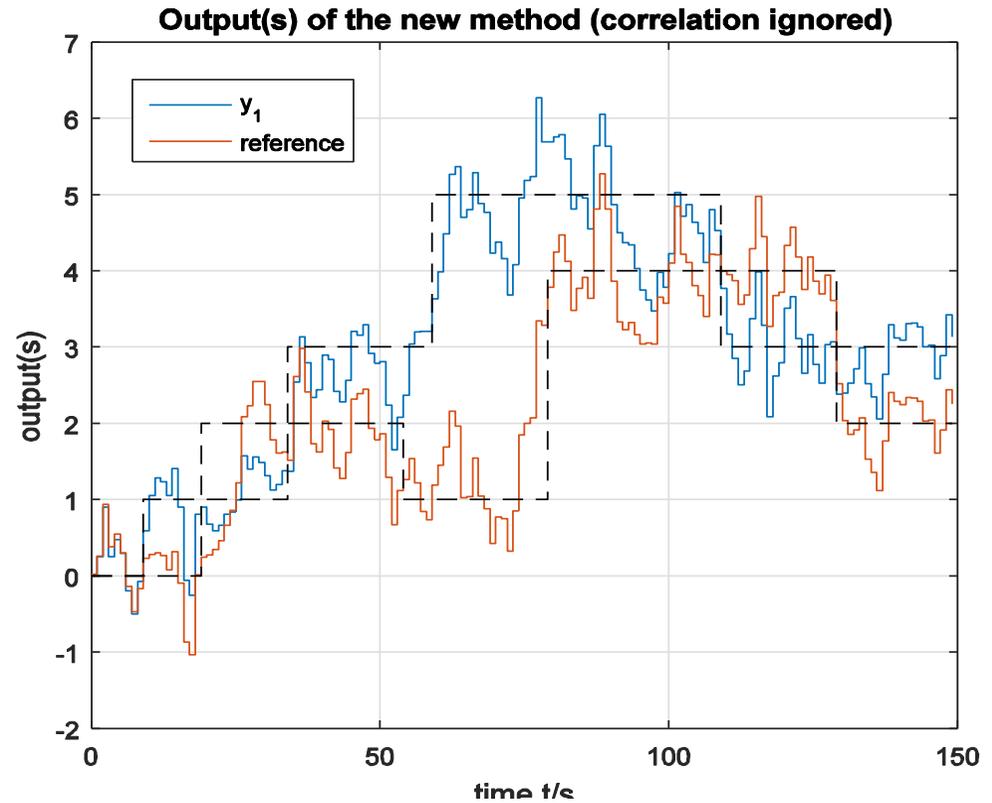
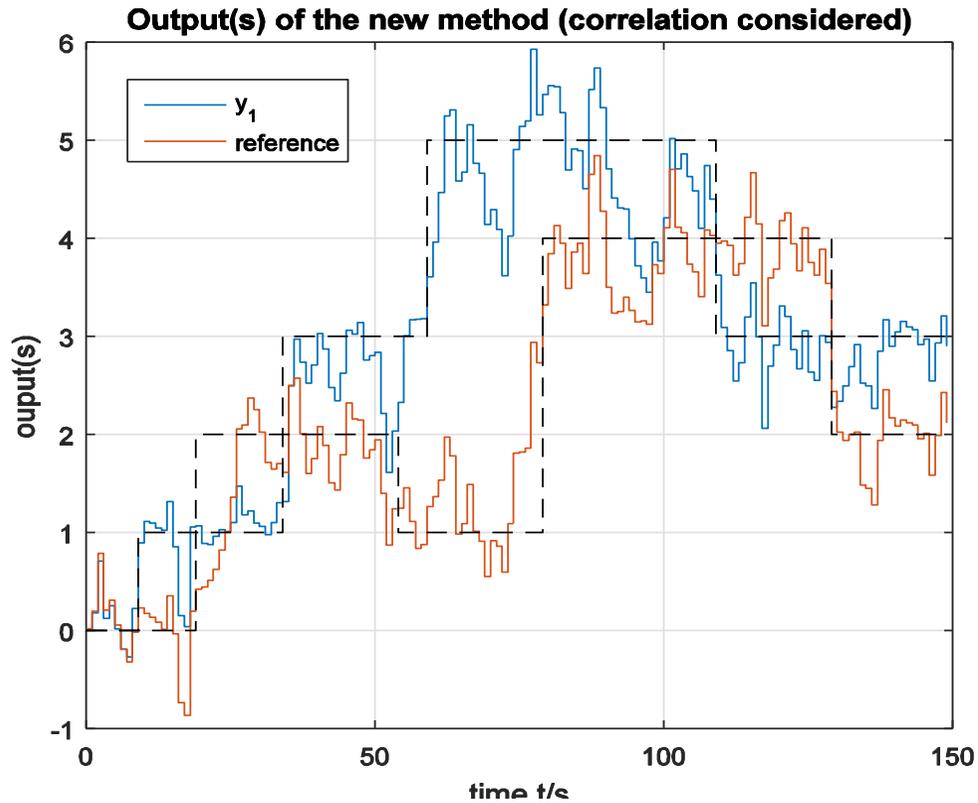
Simple MIMO with  $\sigma_v = 0.0025$ ,  $S = 1$  and  $Q = 100$



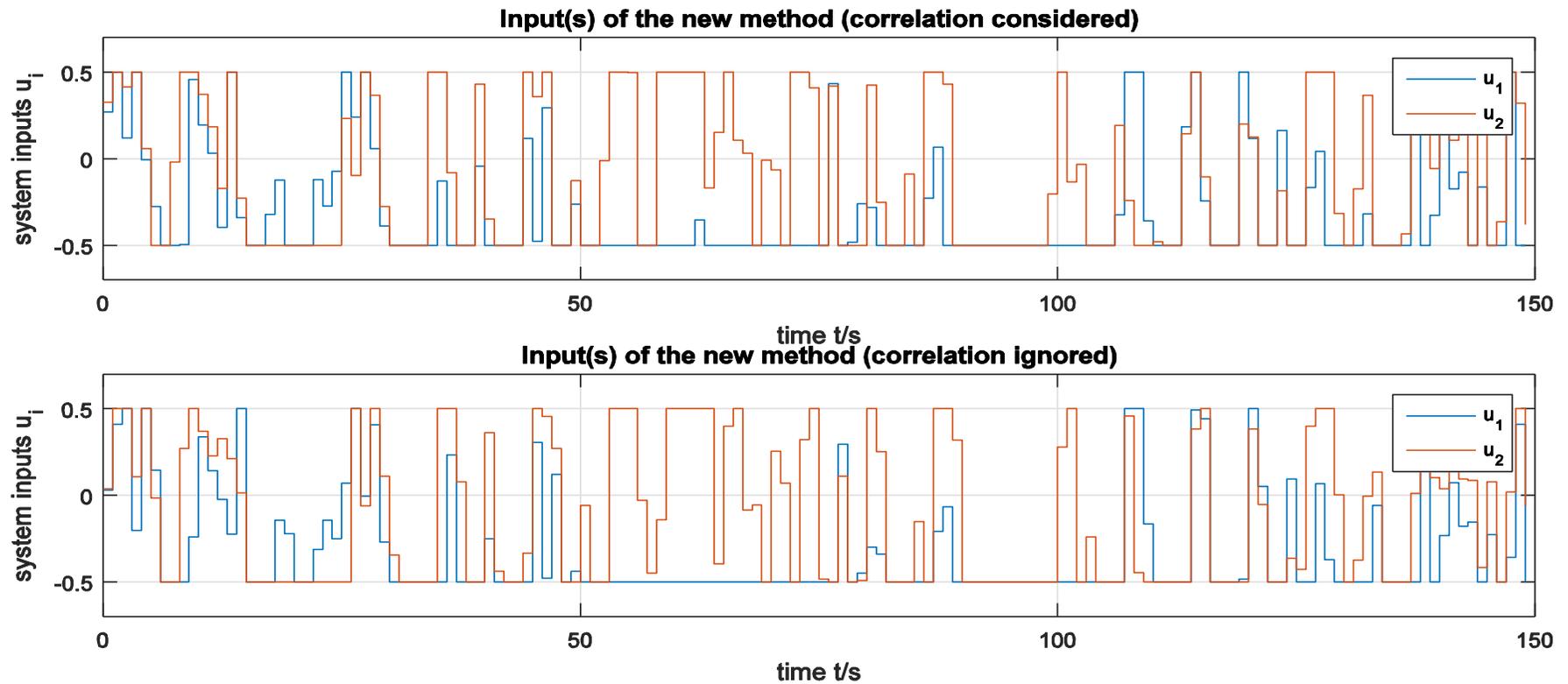
Simple MIMO with  $\sigma_v = 0.0025$ ,  $S = 1$  and  $Q = 100$



# MIMO - Berücksichtigung von Eingangsbeschränkungen (2)



# MIMO - Berücksichtigung von Eingangsbeschränkungen (2)





- Die neue Methode bringt Performancevorteile, wenn Mess- und Prozessrauschen korreliert auftreten
- Performanceunterschiede von vielen Parametern abhängig, z.B.:
  - Varianzen von Mess- und Prozessrauschen
  - Gewichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$
  - Beschränkungen der Eingänge und deren zeitlicher Änderung
- Performanceunterschiede stark systemabhängig:
  - Beste Ergebnisse für MIMO System
  - Schlechteste Ergebnisse für SISO System (siehe Dokumentation)
- Bessere Performance auch, wenn MPC Modell durch Identifikation gewonnen wird

Herzlichen Dank fürs  
Zuhören!

Offene Fragen?